

Durée : 2h 30 + 30 min de lecture du sujet

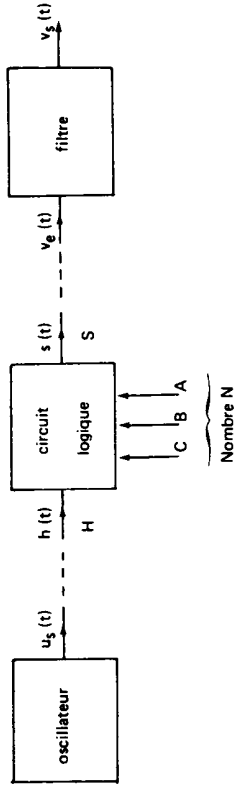
Document autorisé : Aucun

Conversion numérique-analogique

Les différentes parties du sujet sont largement indépendantes.

Le système de conversion numérique-analogique considéré permet de convertir un nombre N , représenté dans le code binaire naturel par un mot de n bits en une tension v_s . Pour l'étude du principe de la conversion, on se limite à $n = 3$, soit $0 \leq N \leq 7$.

Le schéma fonctionnel est le suivant :



Tous les opérateurs logiques sont alimentés sous la tension $E = +8V$
 - au "0" logique correspond le niveau bas de tension soit $0V$
 - au "1" logique correspond le niveau haut de tension soit $8V$.

I - Etude de l'oscillateur :

Le schéma structurel de l'oscillateur est indiqué à la figure 1. Il comporte un opérateur logique "inverseur - comparateur à hystérésis" dont la caractéristique de transfert à vide est représentée à la figure 2. Cet opérateur a une résistance d'entrée infinie, une résistance de sortie et des temps de commutation supposés négligeables. L'oscillateur est étudié en régime établi.

I- 1: On prend comme origine des temps, l'instant auquel la sortie de l'opérateur commute du niveau bas vers le niveau haut.

1- a : Quelle est, à cet instant origine, la valeur de $u_e(t)$?

1- b : Etablir l'expression de $u_e(t)$ valable pour la durée t_1 pendant laquelle $u_s(t)$ est au niveau haut.

1- c : Exprimer t_1 en fonction de E, U_1, U_2 et $\tau = RC$

I- 2: On prend maintenant comme origine des temps, l'instant auquel la sortie commute du niveau haut vers le niveau bas.

2- a : Quelle est, à cet instant origine, la valeur de $u_e(t)$?

2- b : Etablir l'expression de $u_e(t)$ valable pour la durée t_2 pendant laquelle $u_s(t)$ est au niveau bas.

2- c : Exprimer t_2 en fonction de U_1, U_2 , et $\tau = RC$

I- 3- a : Donner l'expression de la période d'oscillation : T_H

3- b : A quelle condition simple relative aux tensions E, U_1 et U_2 , le rapport cyclique $m = \frac{t_1}{T_H}$ est-il égal à $\frac{1}{2}$?

3- c : On donne : $E = 8V, U_1 = 3V, U_2 = 5V$
 et $C = 1nF$

Quelle est la valeur de R permettant d'obtenir une fréquence d'oscillation $f_H = 80kHz$?

3- d : Représenter les signaux $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

II - Etude du circuit logique :

Ce circuit reçoit :

- Le signal d'horloge $h(t)$, délivré par l'oscillateur, de rapport cyclique 1 et de fréquence $f_H = 80$ kHz, auquel on associe la variable logique H .
- Le nombre N (bits A, B, C de poids respectifs 1, 2 et 4).

Il comporte (voir figure 3)

- Un compteur synchrone, modulo 8, selon le code binaire naturel, de sorties logiques X, Y, Z de poids respectifs 1, 2, 4.
- Un circuit combinatoire élaborant la grandeur logique de sortie S .

II-1 : On peut écrire : $S = A \cdot R_1 + B \cdot R_2 + C \cdot R_3$

1- a : Etablir les expressions logiques de R_1, R_2, R_3 .

1- b : En complétant la feuille ci-jointe : 7/8

- représenter X, Y, Z en fonction du temps sachant que les trois bascules constituant le compteur commutent sur le front descendant de l'horloge $h(t)$. (Les temps de commutation sont négligeables).

1- c : Dans les cas suivants : $N = 3$; puis $N = 5$; puis $N = 7$ exprimer S en fonction de R_1, R_2, R_3 et représenter le signal $s(t)$ en fonction du temps.

II-2 : Soit T_C la période de comptage : que vaut $\frac{T_C}{T_H}$? Calculer la

$$\text{valeur numérique de } f_C = \frac{1}{T_C}$$

Après avoir analysé les chronogrammes, indiquer la relation qui existe entre le nombre d'impulsions par période T_C (en sortie du circuit logique) et le nombre N codé en entrée.

II-3 : Exprimer en fonction de N la valeur moyenne S_0 de $s(t)$; montrer que $S_0 = kN$; expliciter et calculer k .

III- Etude du filtre :

Le schéma structurel, représenté à la figure 4, comporte un amplificateur opérationnel supposé parfait.

III-1 : 1- a : Que vaut $F_0 = \frac{V_S}{V_E}$ en continu ?

1- b : Exprimer la fonction de transfert en régime sinusoïdal :

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{V_S}{V_E} \text{ en fonction des éléments et la mettre sous}$$

$$\text{la forme : } \underline{F}(j\omega) = \frac{F_0}{1 + 2m \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

Expliciter ω_0 et montrer que $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$

1- c : Quelle valeur faut-il donner à R' pour avoir

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 1 \text{ kHz sachant que } C' = 10 \text{ nF ?}$$

III-2 : Représentation de Bode de $\underline{F}(j\omega)$

Tracer les diagrammes asymptotiques du gain et de la phase.

Esquisser les courbes réelles après avoir précisé les valeurs du gain et de la phase pour $f = f_0$

IV- Conversion numérique-analogique :

On considère le montage complet. La présence du filtre ne modifie pas les niveaux de tension en sortie du circuit logique.

IV- 1 : En admettant que le filtre ne transmet que la composante de v_e de fréquence nulle, exprimer v_s en fonction de N .
Application numérique.

Que vaut la résolution du convertisseur numérique-analogique ?

IV- 2 : Représenter v_s en fonction de N :

V- Etude du filtrage :

Dans le cas où $N = 1$, $s(t)$ a l'allure indiquée à la figure 5, préciser les valeurs de T_c et de T_c' .

V- 1 : 1- a : Justifier qualitativement que $s(t)$ peut être mis sous la forme :

$$s(t) = S_0 + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos n\omega_c t \text{ où } \omega_c = \frac{2\pi}{T_c} \quad \text{et } S_m = \frac{2E}{m\pi} \sin\left(m\pi \frac{z_i}{T_c}\right)$$

1- b : Exprimer S_0 en fonction de E, T_c' et T_c .

1- c : Calculer les amplitudes S_0, S_1, S_2 des trois premiers termes du développement sachant que $E = 8 \text{ V}$. Préciser leur fréquence.

V- 2 : 2- a : Ce signal $s(t)$ étant placé en entrée du filtre étudié précédemment, justifier que la tension en sortie $v_s(t)$ peut être écrite sous la forme d'un développement analogique à celui de $s(t)$. Ecrire ce développement en explicitant.

2- b : Calculer l'amplitude des trois premiers termes V_{s0}, V_{s1}, V_{s2} et indiquer leur fréquence : on fera des approximations justifiées.

- Quelle est l'allure de $v_s(t)$
- Quel est l'ordre de grandeur de l'erreur commise dans l'approximation utilisée au paragraphe IV- 1.

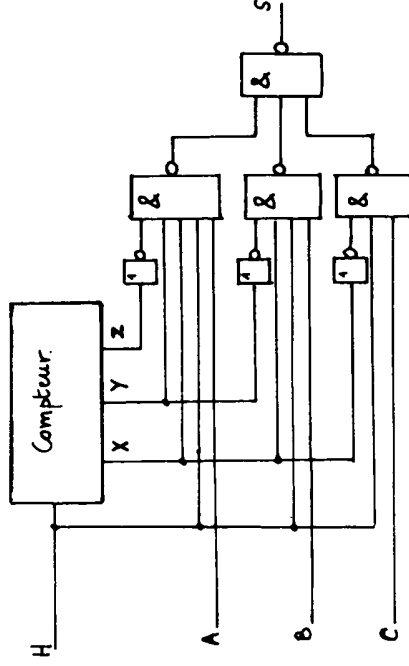
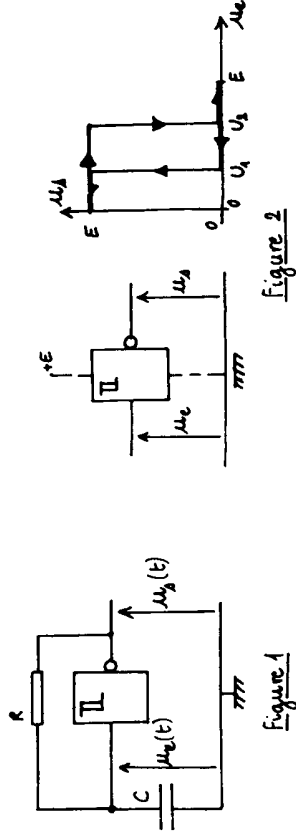


Figure 3

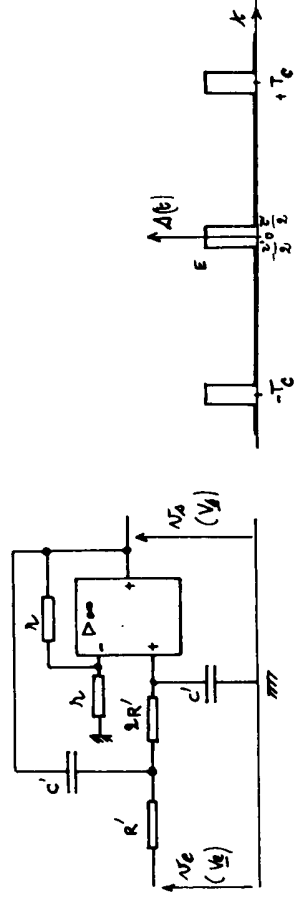
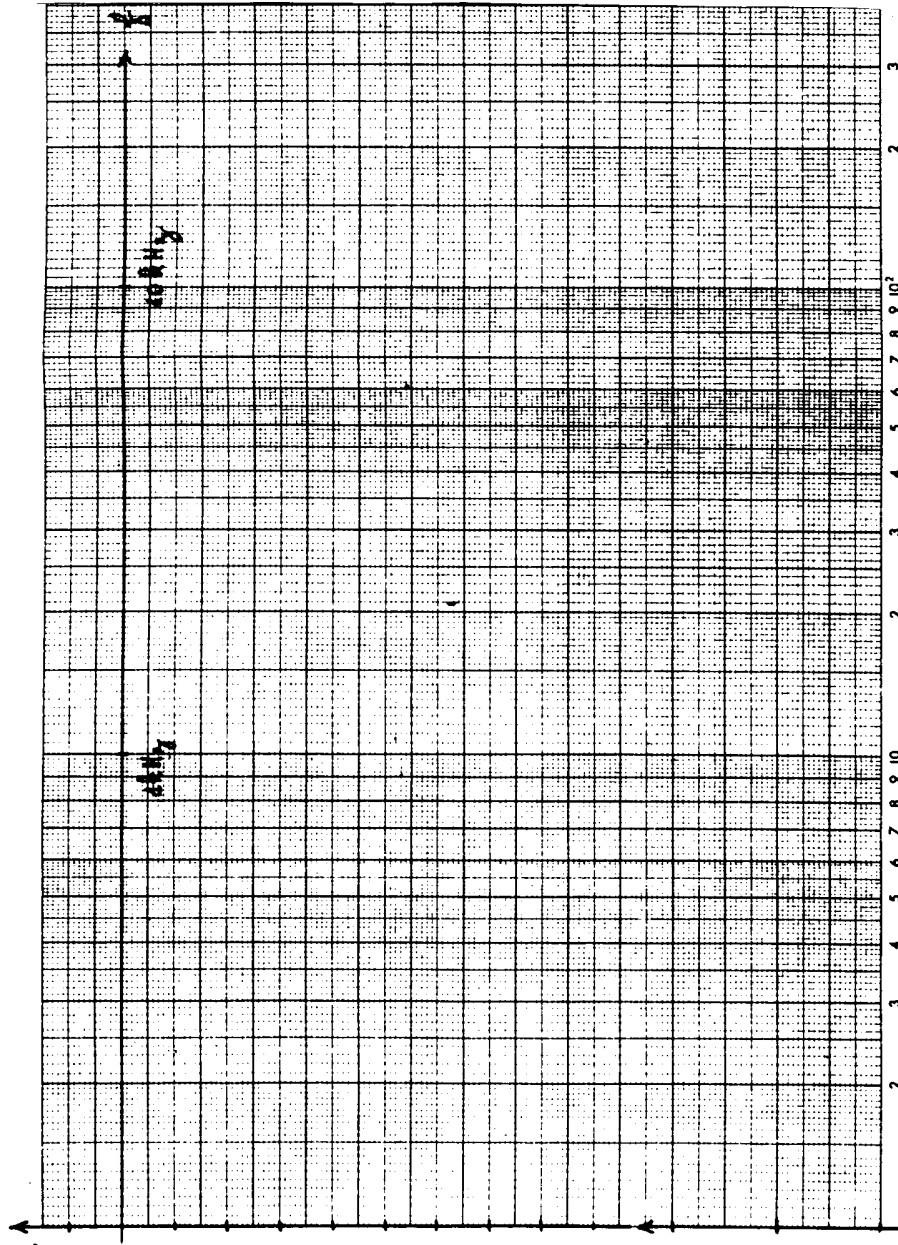
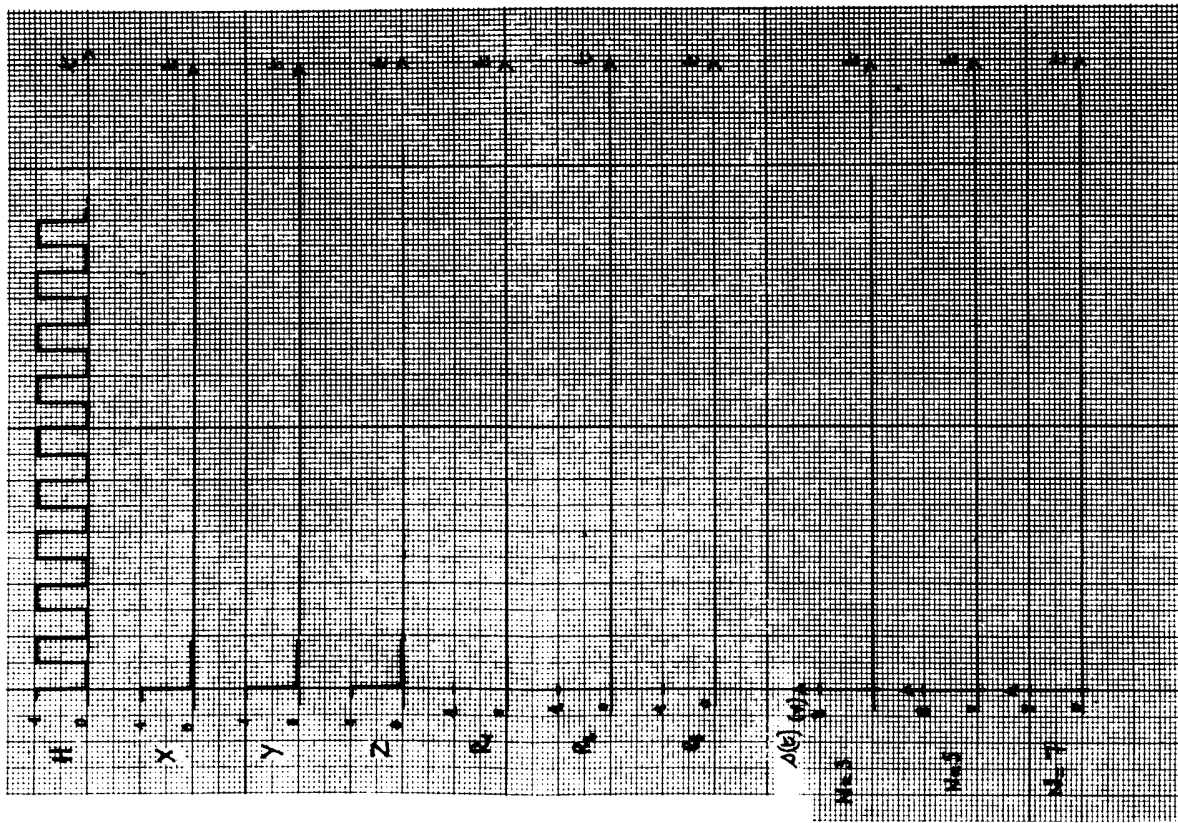


Figure 5

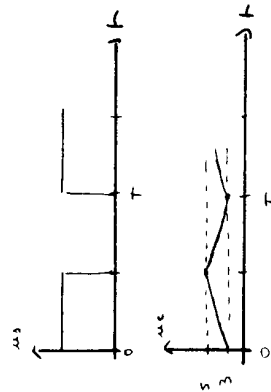
Figure 5



I) 1) $u_c(0) = U_1$ (à charge nulle) $\Rightarrow u_c(t) = A e^{-t/\tau} + E$
 à $t=0$ $u_c(0) = U_1 \Rightarrow u_c(t) = (U_1 - E) e^{-t/\tau} + E$
 à $t = t_1$ $u_c(t_1) = U_2 \Rightarrow U_2 = (U_1 - E) e^{-t_1/\tau} + E \Rightarrow t_1 = \tau \ln \frac{E - U_1}{E - U_2}$

2) $u_c(0) = U_2$ (à décharge dans R) $\Rightarrow u_c(t) = A e^{-t/\tau}$
 à $t=0$ $u_c(0) = U_2 \Rightarrow U_2 = U_2 e^{-0/\tau}$
 à $t = t_2$ $u_c(t_2) = U_1 \Rightarrow U_1 = U_2 e^{-t_2/\tau} \Rightarrow t_2 = \tau \ln \frac{U_2}{U_1}$

3) $\tau_H = t_1 + t_2 = \tau \ln \frac{E - U_1}{E - U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1}$
 approx $\tau_H \approx \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{E - U_1}{E - U_2} = \frac{U_2}{U_1} \Rightarrow U_1 + U_2 = E$
 $f_H = 80 \text{ kHz} \Rightarrow R = 12 \tau \ln$



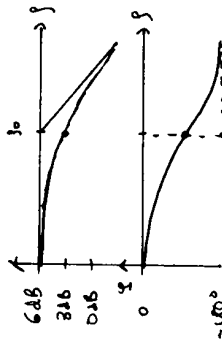
II) $S = AR_1 + BR_2 + CR_3$ avec $\begin{cases} R_1 = \frac{Z \times YH}{Y \times XH} \\ R_2 = \frac{Y \times XH}{X \times H} \\ R_3 = \frac{S \times R_1 \times R_2 \times R_3}{C} \end{cases}$

sinus $\Rightarrow N=3 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=1 \\ C=0 \end{cases} \Rightarrow S = R_1 + R_2$ * $N=5 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=1 \end{cases} \Rightarrow S = R_1 \times R_3$ * $N=7 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=1 \\ C=1 \end{cases} \Rightarrow S = R_1 \times R_2 \times R_3$

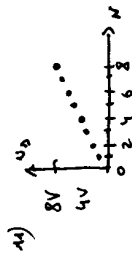
$\frac{\tau_c}{T_H} = 8 \Rightarrow f_c = \frac{f_H}{8} = 10 \text{ kHz}$ on a pour l'aplica τ_c : N impulsion trapez

Les impulsion ont pour amplitude 8V - val. moyenne $S_0 = \frac{1}{T_c} \times 8 \times \frac{T_H}{2} = 0.5N$
 en continu, la impédance des condensateurs sont infinis $\Rightarrow f_0 = 2$

III) $F(j\omega) = \frac{2}{1 + 2j\omega RC - 2R^2C^2\omega^2}$ $\Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}RC} \\ m = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$



8) $f_0 = 1 \text{ kHz}$ $C' = 10 \text{ nF}$ $\Rightarrow R' = 14.14 \text{ k}\Omega$



IV) à l'échelle du filtre $U_c = 9.5N$ (val. moyenne) $N_2 = 2 \times N_1 = N$

V) $n(t)$ prise \Rightarrow pas de Vena en sin

$S_0 = 0.5$ $S_1 = 1V$ $S_2 = 1V$ $\Rightarrow S_m = \frac{2}{T_c} \int_{-\frac{T_c}{2}}^{\frac{T_c}{2}} E \cos \omega t dt = \frac{2E}{\pi} \sin(\frac{\pi T_c}{2})$

$S_0 = 0.5$ $S_1 = 1V$ $S_2 = 1V$ $\Rightarrow S_m = 1V$ $\omega = 20 \text{ kHz}$

$v_0(t)$ périodique \Rightarrow se décompose $v_0(t) = V_{10} + V_{30} \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \dots + V_{5m} \cos(\omega_m t + \varphi_m)$

avec $V_{5m} = S_m \times |F(j\omega_m)|$

$V_{50} = 1V$ $V_{51} = S_1 \times |F| = 0.22V$ $V_{52} = 9 \text{ mV}$ $\Rightarrow v_0(t) =$ tension continue 1V + onde sinusoïdale 20kHz

