Durée : 2h 30 + 30 min de lecture du sujet

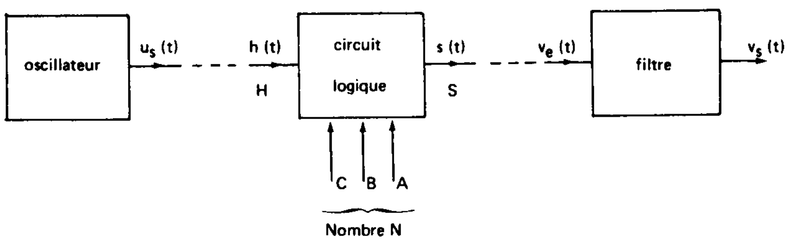
Document autorisé : Aucun

Conversion numérique-analogique

Les différentes parties du sujet sont largement indépendantes.

Le système de conversion numérique-analogique considéré permet de convertir un nombre N, représenté dans le code binaire naturel par un mot de n bits en une tension v_s. Pour l'étude du principe de la conversion, on se limite à n = 3, soit $0 \leqslant N \leqslant 7$.

Le schéma fonctionnel est le suivant :



Tous les opérateurs logiques sont alimentés sous la tension E = + 8 V
- au "0" logique correspond le niveau bas de tension soit 0 V
- au "1" logique correspond le niveau haut de tension soit 8 V.

I - Etude de l'oscillateur :

Le schéma structurel de l'oscillateur est indiqué à la figure 1. Il comporte un opérateur logique "inverseur - comparateur à hystérésis" dont la caractéristique de transfert à vide est représentée à la figure 2. Cet opérateur a une résistance d'entrée infinie, une résistance de sortie et des temps de commutation supposés négligeables. L'oscillateur est étudié en régime établi.

I- 1: On prend comme origine des temps, l'instant auquel la sortie de l'opérateur commute du niveau bas vers le niveau haut.

1- a : Quelle est, à cet instant origine, la valeur de $u_e(t)$?

1- b : Etablir l'expression de $u_e(t)$ valable pour la durée t_1 pendant laquelle $u_s(t)$ est au niveau haut.

1- c : Exprimer t_1 en fonction de E, U_1, U_2 et τ = RC

I- 2: On prend maintenant comme origine des temps, l'instant auquel la sortie commute du niveau haut vers le niveau bas.

2- a : Quelle est, à cet instant origine, la valeur de $u_e(t)$?

2- b : Etablir l'expression de $u_e(t)$ valable pour la durée t_2 pendant laquelle u_s (t) est au niveau bas.

2- c : Exprimer t_2 en fonction de U_1, U_2, et τ = RC

I- 3: 3- a : Donner l'expression de la période d'oscillation : T_H

3- b : A quelle condition simple relative aux tensions E, U_1 et U_2, le rapport cyclique $m = \frac{t_1}{T_H}$ est-il égal à $\frac{1}{2}$?

3- c : On donne : E = 8 V, U_1 = 3 V, U_2 = 5 V et C = 1nF

Quelle est la valeur de R permettant d'obtenir une fréquence d'oscillation f_H = 80 kHz ?

3- d : Représenter les signaux $u_e(t)$ et $u_s(t)$.

II - Etude du circuit logique :

Ce circuit reçoit :

- Le signal d'horloge h(t), délivré par l'oscillateur, de rapport cyclique $\frac{1}{2}$ et de fréquence f_H = 80 kHz, auquel on associe la variable logique H.
- Le nombre N (bits A, B, C de poids respectifs 1, 2 et 4).

Il comporte (voir figure 3)

- Un compteur synchrone, modulo 8, selon le code binaire naturel, de sorties logiques X, Y, Z de poids respectifs 1, 2, 4.
- Un circuit combinatoire élaborant la grandeur logique de sortie S.

II- 1 : On peut écrire : $S = A.\ R_1 + B\ R_2 + C\ R_3$

1- a: Etablir les expressions logiques de R_1, R_2, R_3.

1- b: En complétant la feuille ci-jointe : 7/8
- représenter X, Y, Z en fonction du temps sachant que les trois bascules constituant le compteur commutent sur le front descendant de l'horloge h(t). (Les temps de commutation sont négligeables).

1- c: Dans les cas suivants : N = 3 ; puis N = 5 ; puis N = 7 exprimer S en fonction de R_1, R_2, R_3 et représenter le signal s(t) en fonction du temps.

II- 2: Soit T_c la période de comptage : que vaut $\frac{T_c}{T_H}$? Calculer la valeur numérique de $f_c = \frac{1}{T_c}$

Après avoir analysé les chronogrammes, indiquer la relation qui existe entre le nombre d'impulsions par période T_c (en sortie du circuit logique) et le nombre N codé en entrée.

II- 3 : Exprimer en fonction de N la valeur moyenne S_o de s(t); montrer que $S_o = k\ N$; expliciter et calculer k.

III- Etude du filtre :

Le schéma structurel, représenté à la figure 4, comporte un amplificateur opérationnel supposé parfait.

III- 1 : 1- a : Que vaut $F_o = \frac{Vs}{Ve}$ en continu ?

1- b : Exprimer la fonction de transfert en régime sinsoïda[l] $\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{V}s}{\underline{V}e}$ en fonction des éléments et la mettre so[us] la forme : $\underline{F}(j\omega) = \dfrac{F_o}{1 + 2m\left(\frac{j\omega}{\omega_o}\right) + \left(\frac{j\omega}{\omega_o}\right)^2}$

Expliciter ω_o et montrer que $m = \frac{1}{\sqrt{2}}$

1- c : Quelle valeur faut-il donner à R' pour avoir

$fo = \frac{\omega_o}{2\pi} = 1$ kHz sachant que C' = 10 nF ?

III- 2 : Représentation de Bode de $\underline{F}(j\omega)$

Tracer les diagrammes asymptotiques du gain et de la phase. Esquisser les courbes réelles après avoir précisé les valeu[rs] du gain et de la phase pour $f = f_o$

IV- Conversion numérique-analogique :

On considère le montage complet. La présence du filtre ne modifie pas les niveaux de tension en sortie du circuit logique.

IV- 1 : En admettant que le filtre ne transmet que la composante de v_e de fréquence nulle, exprimer v_s en fonction de N.
Application numérique.
Que vaut la résolution du convertissueur numérique-analogique ?

IV- 2 : Représenter v_s en fonction de N :

V- Etude du filtrage :

Dans le cas où N = 1, s(t) a l'allure indiquée à la figure 5, préciser les valeurs de τ' et de T_c.

V- 1 : 1- a : Justifier qualitativement que s(t) peut être mis sous la forme :

$$s(t) = S_o + \sum_{n=1}^{\infty} S_n \cos n\omega_c t \quad \text{où } \omega_c = \frac{2\pi}{T_c} \quad \text{et } S_n = \frac{2E}{n\pi}\sin\left(n\pi\frac{\tau'}{T_c}\right)$$

1- b : Exprimer S_o en fonction de E, τ' et T_c.

1- c : Calculer les amplitudes S_o, S_1, S_2 des trois premiers termes du développement sachant que E = 8 V. Préciser leur fréquence.

V- 2 : 2- a : Ce signal s(t) étant placé en entrée du filtre étudié précédemment, justifier que la tension en sortie $v_s(t)$ peut être écrite sous la forme d'un développement analogue à celui de s(t). Ecrire ce développement en expliquant.

2- b : Calculer l'amplitude des trois premiers termes V_{so}, V_{s1}, V_{s2} et indiquer leur fréquence : on fera des approximations justifiées.
- Quelle est l'allure de $v_s(t)$
- Quel est l'ordre de grandeur de l'erreur commise dans l'approximation utilisée au paragraphe IV- 1.

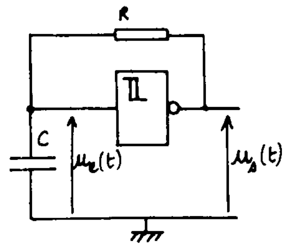


Figure 1

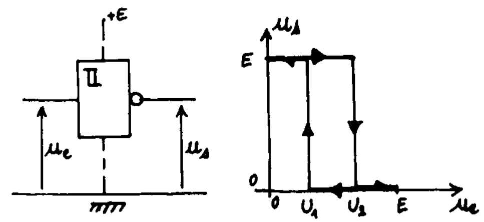


Figure 2

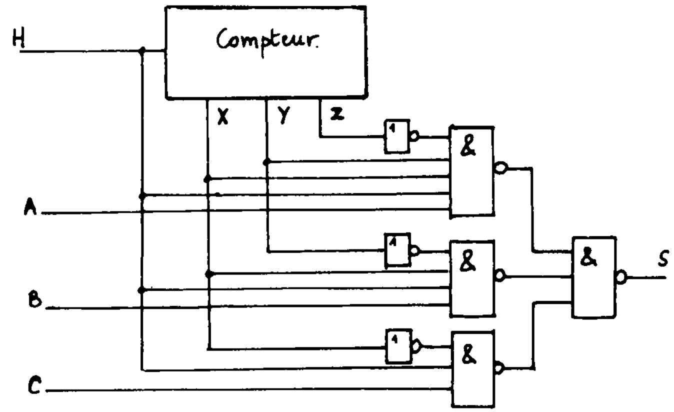


Figure 3

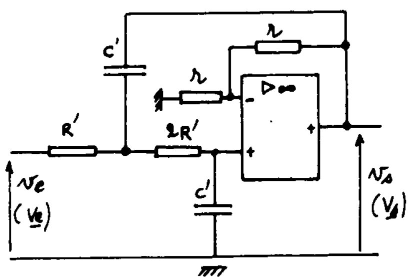


Figure 4

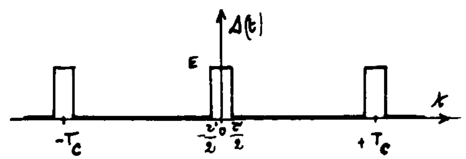
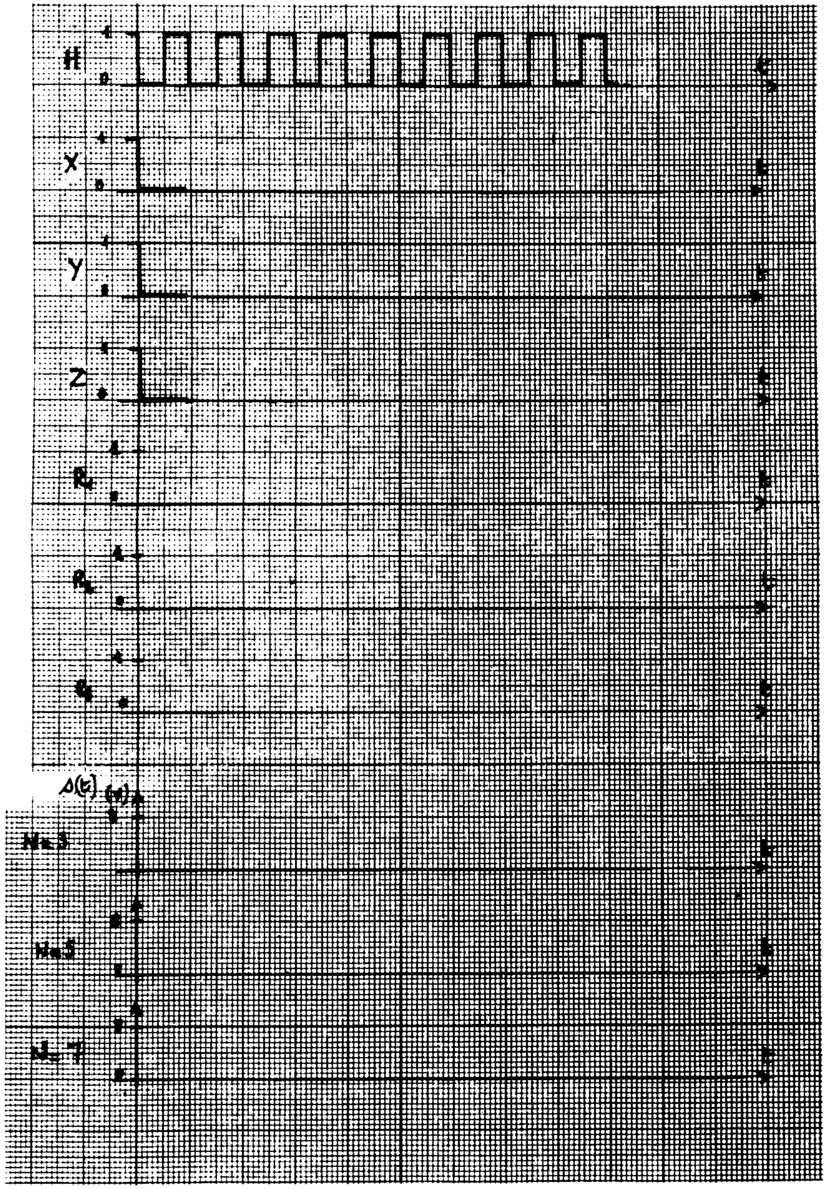
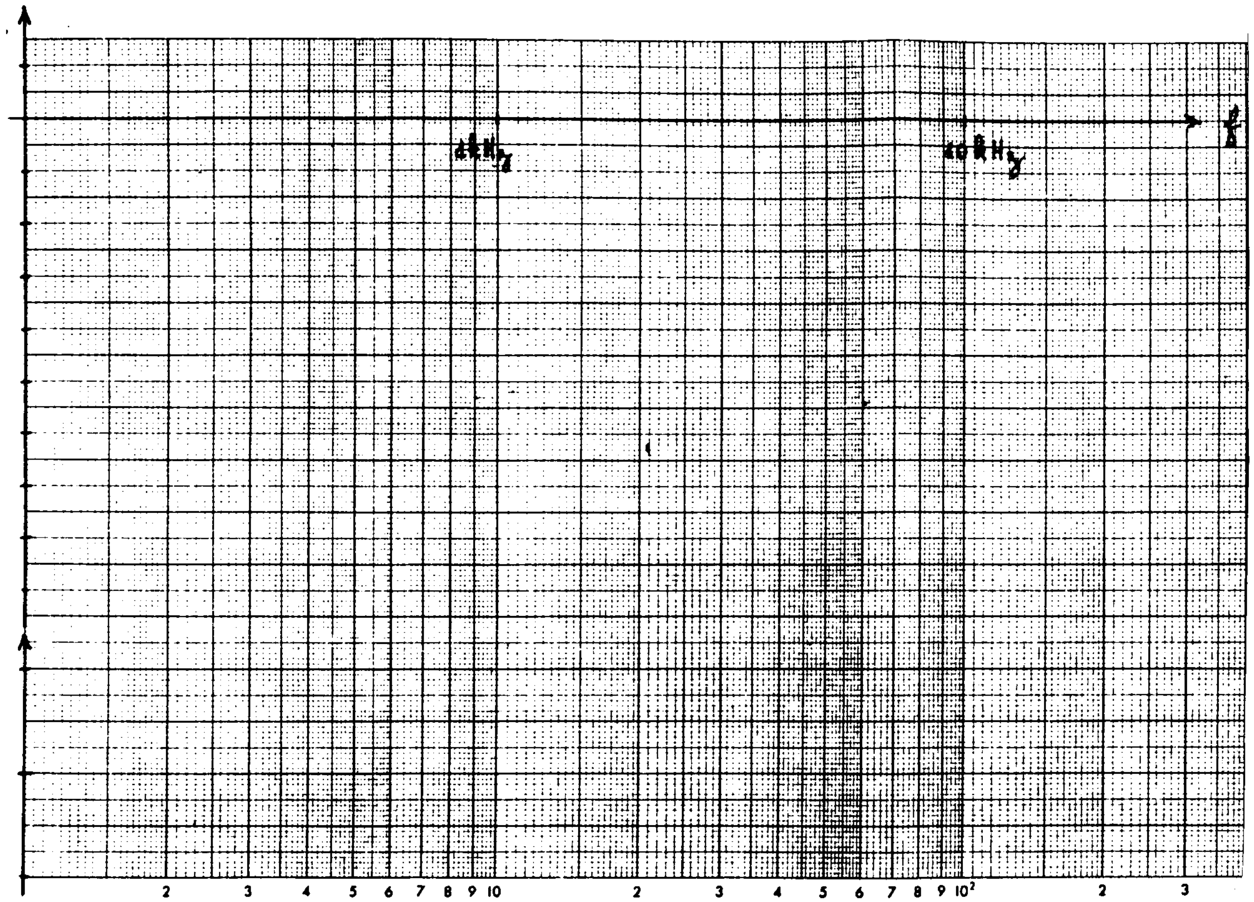


Figure 5

BTS Electronique : 1986	Sujet	Convertisseur numérique-analogique	pages 7 et 8





BTS Electronique : 1986	Corrigé	Convertisseur numérique - analogique	pages 1 et 2

I)

1) $u_c(0) = U_1$ — C se charge sous E $\Rightarrow$ $u_c(t) = Ae^{-t/\tau} + E$

à $t=0$: $u_c(0) = U_1$ $\Rightarrow$ $u_c(t) = (U_1 - E)\,e^{-t/\tau} + E$

à $t = t_1$: $u_c(t_1) = U_2$ $\Rightarrow$ $U_2 = (U_1 - E)\,e^{-t_1/\tau} + E$ $\Rightarrow$ $\boxed{t_1 = \tau \ln \frac{E-U_1}{E-U_2}}$

2) $u_c(0) = U_2$ — C se décharge dans R $\Rightarrow$ $u_c(t) = Ae^{-t/\tau}$

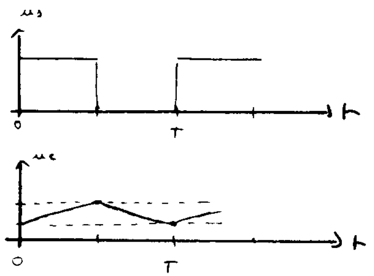
à $t=0$: $u_c(0) = U_2$ $\Rightarrow$ $u_c = U_2\,e^{-t/\tau}$

à $t = t_2$: $u_c(t_2) = U_1$ $\Rightarrow$ $U_1 = U_2\,e^{-t_2/\tau}$ $\Rightarrow$ $\boxed{t_2 = \tau \ln \frac{U_2}{U_1}}$

3) $T_H = t_1 + t_2 = \tau \ln \frac{E-U_1}{E-U_2} \cdot \frac{U_2}{U_1}$

rapport cyclique $\frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $t_1 = t_2$ $\Rightarrow$ $\frac{E-U_1}{E-U_2} = \frac{U_2}{U_1}$ $\Rightarrow$ $\boxed{U_1 + U_2 = E}$

$f_H = 80\,kHz$ $\Rightarrow$ $R = 12{,}2\,k\Omega$



II) $S = AR_1 + BR_2 + CR_3$ avec $\begin{cases} R_1 = \bar{Z}\,XYH \\ R_2 = \bar{Y}XH \\ R_3 = \bar{X}H \end{cases}$

voir courbe

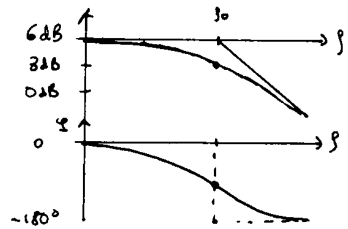
$*$ $N = 3 \Rightarrow \begin{cases} A=1 \\ B=1 \\ C=0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{S = R_1 + R_2}$ $\quad$ $*$ $N = 5 \begin{cases} A=1 \\ B=0 \\ C=1 \end{cases}$ $\boxed{S = R_1 + R_3}$ $\quad$ $*$ $N = 7 \begin{cases} A=1 \\ B=1 \\ C=1 \end{cases}$ $\boxed{S = R_1 + R_2 + R_3}$

$\frac{T_c}{T_H} = 8$ $\Rightarrow$ $f_c = \frac{f_H}{8} = 10\,kHz$ $\quad$ on a par 1 période T_c : N impulsions en sortie

les impulsions ont pour amplitude 8V → val. moyenne $S_0 = \frac{1}{T_c} \times 8 \times \frac{N\,T_H}{2} = \boxed{0{,}5\,N}$

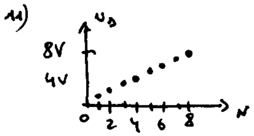
en continu, les impédances des condensateurs sont infinis $\Rightarrow$ $F_0 = 2$

III) $\underline{F}(j\omega) = \dfrac{2}{1 + 2jR'C'\omega - 2R'^2C'^2\omega^2}$ $\Rightarrow$ $\begin{cases} \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{2}\,R'C'} \\ m = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$



8) $f_0 = 1\,kHz$, $C' = 10\,nF$ $\Rightarrow$ $R' = \boxed{11{,}2\,k\Omega}$

11)



IV) à l'entrée du filtre en sortie $\quad$ $v_e = 0{,}5\,N$ (val. moyenne) $\quad$ $v_s = 2 \times v_e = N$

V) $s(t)$ paire $\Rightarrow$ pas de terme en sin

$S_0 = \overline{s(t)} = E\frac{\tau}{T_c}$ $\qquad$ $S_n = \frac{2}{T_c}\int_{-\tau/2}^{\tau/2} E\cos n\omega t\,dt = \frac{2E}{n\pi}\sin\left(n\pi\frac{\tau}{T_c}\right)$

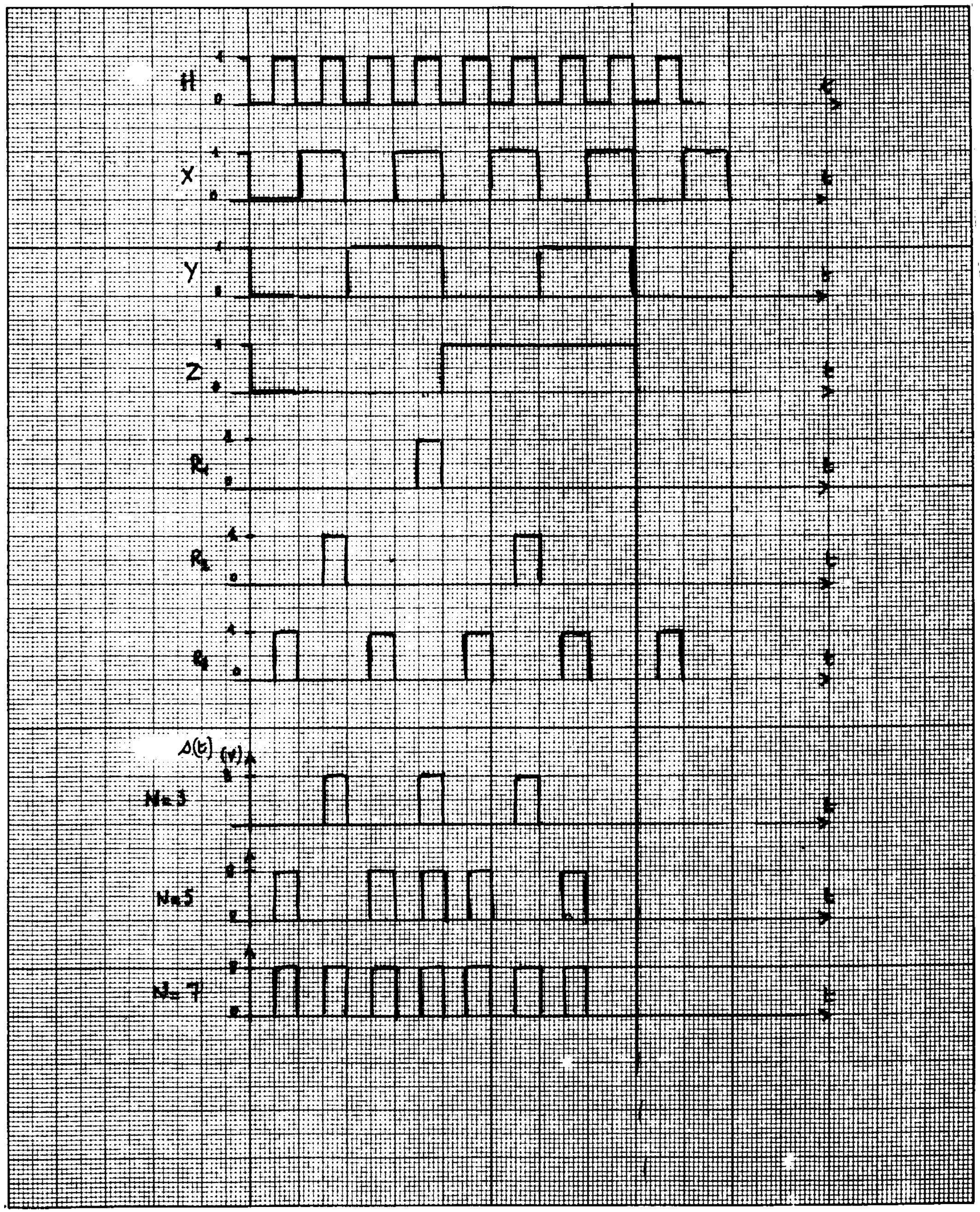
$S_0 = 0{,}5$ $\qquad$ $S_1 \simeq 1V$ à 10 kHz $\qquad$ $S_2 \simeq 1V$ à 20 kHz

$v_s(t)$ périodique → se décompose $\quad$ $v_s(t) = V_{S0} + V_{S1}\cos(\omega_c t + \varphi_1) + \dots V_{Sn}\cos(n\omega_c t + \varphi_n)$

avec $V_{Sn} = S_n \times |F(jn\omega_c)|$

$V_{S0} = 1V$

$V_{S1} = S_1 \times |F| = 0{,}02V$ $\qquad$ $V_{S2} = 5\,mV$ $\qquad$ → $v_s(t)$ = tension continue 1V + ondulation 20mV



H
X
Y
Z
s(t) (V)
N=3
N=5
N=7