

Durée: 3h

DÉMODULATION COHÉRENTE

Une information $s(t)$ est transmise en modulation d'amplitude par une porteuse à la fréquence f_0 de 1 MHz. Le signal modulé est du type :

$$e(t) = E [1 + k s(t)] \sin \omega_0 t$$

où k est la constante de modulation, la porteuse est du type :

$$e_p(t) = E \sin \omega_0 t$$

où E est une constante dépendant du modulateur.

Dans le cas d'une information sinusoïdale basse fréquence du type :

$$s(t) = S \cos \Omega t$$

le signal se met sous la forme :

$$e(t) = E [1 + m \cos \Omega t] \sin \omega_0 t$$

où m est le taux de modulation, soit $m = kS$.

Le problème de la démodulation consiste à retrouver, à partir de l'onde modulée, l'information d'origine. On peut envisager en particulier deux types de démodulation (ou détection) :

- la détection d'enveloppe ou détection asynchrone, où le signal modulé est redressé puis filtré.
- la détection cohérente ou synchrone, objet du problème.

Le problème comporte trois parties, indépendantes les unes des autres.

1 - PRINCIPE DE LA DÉMODULATION COHÉRENTE :

1.1 - Le circuit multiplicateur représenté figure 1 délivre une tension de sortie $u = K_1 e e_0$, K_1 étant un coefficient positif.

Vis-à-vis de la sortie, il se comporte comme un générateur de tension, d'impédance interne nulle.

Les signaux $e(t)$ et $e_0(t)$ sont respectivement l'onde modulée en amplitude, soit

$$e(t) = E [1 + m \cos \Omega t] \sin \omega_0 t \text{ et un signal d'amplitude constante et de même pulsation que la porteuse, soit } e_0(t) = E_0 \sin \omega_0 t.$$

Exprimer le signal de sortie $u(t)$ et montrer que son spectre comporte 5 composantes que l'on précisera.

1.2 - Comment peut-on faire pour ne conserver que l'information basse fréquence et une image de l'amplitude de la porteuse ?

1.3 - Quelle peut être l'utilité de conserver une image de l'amplitude de la porteuse ?

II - FILTRE PASSE BAS (F1) :

On fait suivre le multiplicateur précédant d'un filtre passe-bas dont le schéma est donné figure 2. Montrer que la transmittance de ce filtre s'écrit :

$$I(\omega) = \frac{Y}{X} = \frac{-1}{1 + 2jk \frac{\omega}{\omega_c} + (j)^2 \frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = \frac{3}{2\sqrt{n}} \\ \omega_c = \frac{1}{\sqrt{n} RC} \end{cases}$$

2.1 - On s'impose une valeur de $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et une atténuation de 80 dB à la fréquence de 2 MHz.

- Justifiez le choix de cette fréquence.
- On choisit $C = 1000$ pF. Calculer n , ω_c , R .

2.2 - Représenter le diagramme de Bode du filtre (amplitude et phase).

2.3 - Représenter les signaux $e(t)$ et $v(t)$ pour des taux de modulation m inférieurs et supérieurs à 1. Comparer les signaux obtenus à la sortie du filtre avec ceux que l'on obtiendrait dans le cas d'une détection d'enveloppe. Que peut-on conclure ?

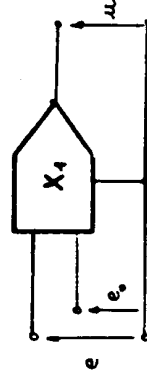


figure 1

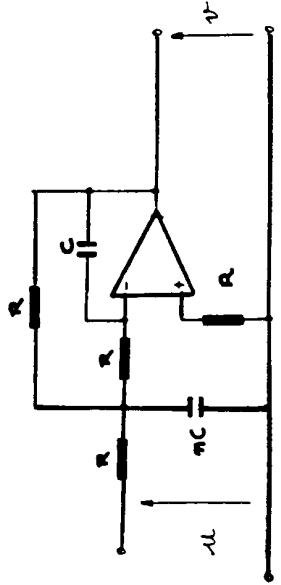


figure 2

III - RECONSTITUTION DE LA PORTEUSE :

Le signal reçu à l'entrée du récepteur est modulé en amplitude. Il ne peut donc pas constituer le signal $e_0(t)$ à l'entrée du multiplieur de la figure 1. Pour reconstituer la porteuse à partir du signal $e(t)$, on utilise une boucle à verrouillage de phase (figure 3) comprenant :

- un multiplieur X2, identique à celui de la figure 1,
- un filtre passe-bas F2 dont la transmittance est égale à 1 pour tous les signaux de fréquences très inférieures à f_0 ,
- un oscillateur contrôlé en tension, OCT, délivrant un signal sinusoïdal d'amplitude constante E_s et de pulsation ω_s proportionnelle à la tension de sortie du filtre F2 :

$$\omega_s = \omega_0 + K_0 v_c$$

$$v_s(t) = E_s \cos(\omega_0 t + \varphi_s), E_s \text{ étant une constante}$$

d'où avec $\frac{dv_s}{dt} = K_0 v_c$ K_0 étant positif.

La boucle est dite « verrouillée » quand la fréquence du signal incident est égale à celle du signal de sortie de l'oscillateur contrôlé.

3.1 - Pour des tensions $v_s(t) = E \sin(\omega_0 t + \varphi_s)$ et $v_e(t) = E_s \cos(\omega_0 t + \varphi_e)$ et si $\left| \frac{dv_s}{dt} \right|$ et $\left| \frac{dv_e}{dt} \right|$ restent très inférieurs à ω_0 , montrer que la valeur de la tension de sortie du filtre F2 est :

$$v_c = K_d \sin(\varphi_e - \varphi_s)$$

Donner la valeur de K_d .

Quand la boucle est verrouillée qu'en déduisez-vous quant à la différence de phase des signaux d'entrée et de sortie ?

Montrer que, pour un régime proche du verrouillage, on peut admettre que : $v_c \approx K_d (\varphi_e - \varphi_s)$.

3.2 - Le signal $v_e(t)$ est maintenant un signal modulé en amplitude du type :

$$v_e(t) = e(t) = E(1 + m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t$$

Exprimer la tension de commande de l'oscillateur contrôlé en tension en admettant l'approximation du paragraphe précédent (régime proche du verrouillage) et en déduire l'équation différentielle donnant $v_s(t)$.

Répondre cette équation différentielle et en déduire que v_s tend vers 0 rapidement.

En déduire que le signal de sortie de l'oscillateur contrôlé se fixe rapidement à la valeur $v_s(t) \approx E_s \cos \omega_0 t$, qu'il y ait ou non une modulation d'amplitude sur la porteuse.

3.3 - On fait suivre l'oscillateur contrôlé d'un quadriple introduisant un déphasage ψ et une atténuation A à la fréquence f_0 (F3).

Quelle doit être la valeur de ψ pour obtenir le signal $e_0(t)$ de la première partie ?

L'atténuation introduite par le quadriple a-t-elle une importance ?

Quelle serait la valeur du signal de sortie $v(t)$ si ψ avait une valeur quelconque ?

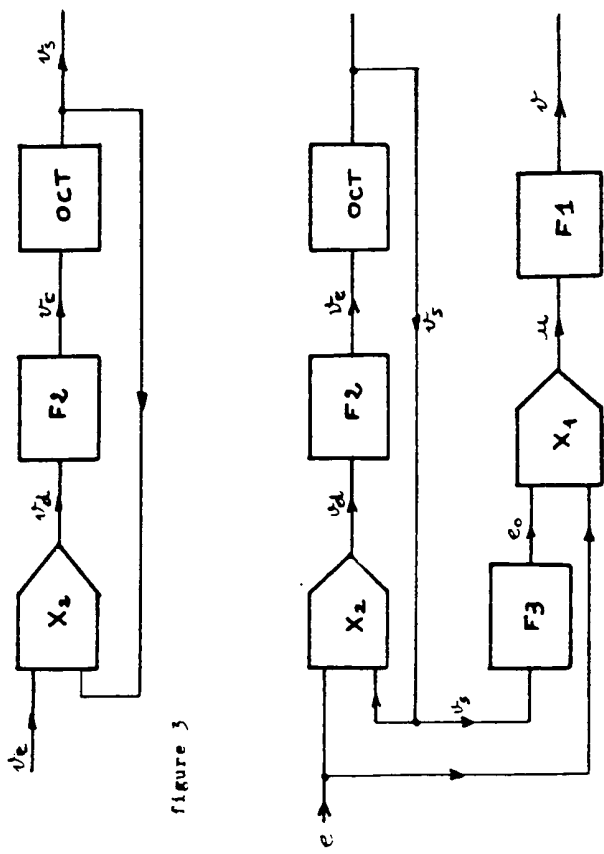


figure 3

Schéma d'ensemble du détecteur synchrone

FORMULAIRE

- 2 cos a cos b = cos (a + b) + cos (a - b)
- 2 sin a cos b = sin (a + b) + sin (a - b)
- 2 sin^2 a = 1 - cos 2a

I) Principe de la démodulation cohérente:

1.1 $s(t) = K_1 E_0 e(t) = \frac{K_1 E_0 E_0}{2} \sin \omega_0 t (1 + m \cos \omega_0 t) \sin \omega_0 t$

$= \frac{K_1 E_0 E_0}{2} (1 + m \cos \omega_0 t - \cos 2\omega_0 t - \frac{m}{2} \cos(2\omega_0 \pm \omega_0)t)$

1.2 a) L'ordre d'un passe-bas simple est de 1, on se garde que 2 termes.

* la BF $\frac{K_1 E_0 E_0}{2} m \cos \omega_0 t$

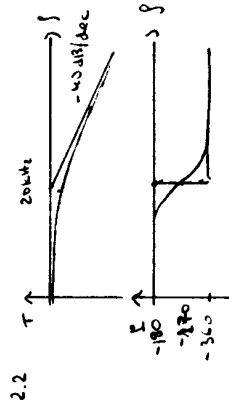
* une impédance continue $\frac{K_1 E_0 E_0}{2}$ proportionnelle à l'amplitude du signal reçu.

1.3. Cette impédance continue pourra servir pour un contrôle automatique de gain de la chaîne de réception.

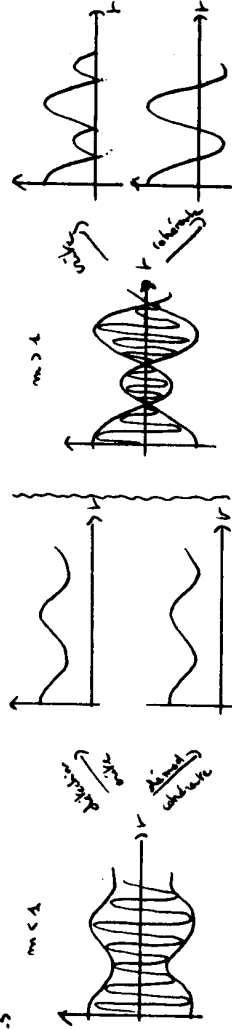
II) Filtrage passe-bas:

2.1 Les 3 rails à éliminer se trouvent au voisinage de 20 kHz → choisir de 80 dB d'atténuation à cette fréquence.

On aura alors $R = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow m = 4,5$
 $f_0 = 20 \text{ kHz}$ et $R = 3,8 \text{ k}\Omega$



2.3



III) 3.1. A la suite du multiplexeur, on a un signal $s_0(t)$:

$s_0(t) = K_1 v_c(t) v_s(t) = \frac{K_1 E_0 E_0}{2} \sin(\omega_c - \omega_0) + \sin(2\omega_0 + \omega_c + \omega_0)$

Le 2ème terme a une probabilité infinitésimale $w(t) = \frac{dP(t)}{dt} = 2\omega_0 + \frac{d\omega_c}{dt} + \frac{d\omega_0}{dt}$

on $\left| \frac{d\omega_c}{dt} \right| \ll \omega_0$ et $\left| \frac{d\omega_0}{dt} \right| \ll \omega_0 \Rightarrow w(t) \approx 2\omega_0 \Rightarrow$ ce terme est filtré.

Il reste donc $v_c(t) = \frac{K_1 E_0 E_0}{2} \sin(\omega_c - \omega_0) = K_d \sin(\omega_c - \omega_0)$ avec $K_d = \frac{K_1 E_0 E_0}{2}$

lorsque la bande est variable, on a $\omega_0 = \omega_0$. Puisque $\omega_0 = \omega_0 + \omega_0 v_c$, cela implique $v_c = 0$, donc $\omega_c - \omega_0 = 0 \Rightarrow \omega_c = \omega_0$.

lorsqu'on est proche du voisinage $\omega_c \approx \omega_0 \Rightarrow v_c(t) \approx K_d (\omega_c - \omega_0)$

3.2. Montrons que la bande s'accroche au voisinage d'un signal dont l'amplitude varie.

Le calcul précédent n'est valable, sauf que E est maintenant remplacé par l'amplitude variable $E(1 + m \cos \omega_0 t)$, d'où:

$v_c(t) = \frac{K_1 E_0 E_0}{2} (1 + m \cos \omega_0 t) (\omega_c - \omega_0)$ et, puisque $\omega_c = 0$

$v_c(t) = -K_d (1 + m \cos \omega_0 t) \omega_0$

On, on a aussi $v_c(t) = \frac{1}{K_0} \frac{d\omega_0}{dt}$, d'où $\frac{d\omega_0}{dt} + K_0 K_d (1 + m \cos \omega_0 t) \omega_0 = 0$

Cette équation diff. ne résout:

$\frac{d\omega_0}{\omega_0} = -K_0 K_d (1 + m \cos \omega_0 t) \Rightarrow \ln \frac{\omega_0}{\omega_0} = -K_0 K_d (t + m \frac{\sin \omega_0 t}{\omega_0})$

$\Rightarrow \omega_0 = \omega_0 e^{-K_0 K_d t} \Rightarrow \omega_0 \rightarrow 0$

→ la bande se verrouille et $\omega_0 \rightarrow \omega_0$ ($\omega_0 = \omega_0 + K_0 v_c$)

Conclusion: on peut verrouiller un PLL sur un signal AM pour récupérer les données.

3.3. On a $s_0(t) = E_0 \cos \omega_0 t$ et il faut éliminer $E_0 \cos \omega_0 t$, il faut donc intégrer.

un dérivé de E_0 . L'opération n'a pas d'importance si elle n'est pas exécutée. Si $\omega_0 \approx \pi/2$, la réponse est multipliée par $\sin \omega_0 \Rightarrow$ perte de signal.