Durée : 3h

DÉMODULATION COHÉRENTE

Une information s(t) est transmise en modulation d'amplitude par une porteuse à la fréquence f_o de 1 MHz. Le signal modulé est du type :

$$e(t) = E\,[1 + ks(t)]\,\sin \omega_o t$$

alors qu'en l'absence de modulation, la porteuse est du type :

$$e_p(t) = E \sin \omega_o t$$

k étant une constante dépendant du modulateur.

Dans le cas d'une information sinusoïdale basse fréquence du type :

$$s(t) = S \cos \Omega t$$

e(t) se met sous la forme :

$$e(t) = E\,[1 + m\cos \Omega t]\,\sin \omega_o t$$

où m est le taux de modulation, soit m = kS.

Le problème de la démodulation consiste à retrouver, à partir de l'onde modulée, l'information d'origine. On peut envisager en particulier deux types de démodulation (ou détection) :

- la détection d'enveloppe ou détection apériodique, où le signal modulé est redressé puis filtré.
- la détection cohérente ou synchrone, objet du problème.

Le problème comporte trois parties, indépendantes les unes des autres.

I - PRINCIPE DE LA DÉMODULATION COHÉRENTE :

1.1 - Le circuit multiplieur représenté figure 1 délivre une tension de sortie $u = K_1 e.e_0$, K_1 étant un coefficient positif.

Vis-à-vis de la sortie, il se comporte comme un générateur de tension, d'impédance interne nulle.

Les signaux e(t) et $e_0(t)$ sont respectivement l'onde modulée en amplitude, soit
$e(t) = E\,(1 + m\cos\Omega t)\,\sin\omega_0 t$ et un signal d'amplitude constante et de même pulsation que la porteuse, soit $e_0(t) = E_0 \sin \omega_0 t$.

Exprimer le signal de sortie u(t) et montrer que son spectre comporte 5 composantes que l'on précisera.

1.2 - Comment peut-on faire pour ne conserver que l'information basse fréquence et une image de l'amplitude de la porteuse ?

1.3 - Quelle peut être l'utilité de conserver une image de l'amplitude de la porteuse ?

II - FILTRE PASSE BAS (F1) :

On fait suivre le multiplieur précédent d'un filtre passe-bas dont le schéma est donné figure 2. Montrer que la transmittance de ce filtre s'écrit :

$$T(\omega) = \frac{V}{U} = \frac{-1}{1 + 2jk\frac{\omega}{\omega_c} + (j^2)\frac{\omega^2}{\omega_c^2}} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} k = \dfrac{3}{2\sqrt{n}} \\ \omega_c = \dfrac{1}{\sqrt{n}.RC} \end{cases}$$

2.1 - On s'impose une valeur de $k = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et une atténuation de 80 dB à la fréquence de 2 MHz.

- Justifiez le choix de cette fréquence.
- On choisit C = 1000 pF. Calculer n, ω_c, R.

2.2 - Représenter le diagramme de Bode du filtre (amplitude et phase).

2.3 Représenter les signaux e(t) et v(t) pour des taux de modulation m inférieurs et supérieurs à 1. Comparer les signaux obtenus à la sortie du filtre avec ceux que l'on obtiendrait dans le cas d'une détection d'enveloppe. Que peut-on conclure ?

figure 1

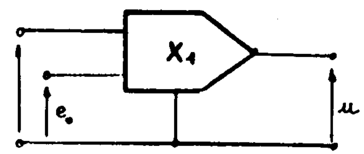
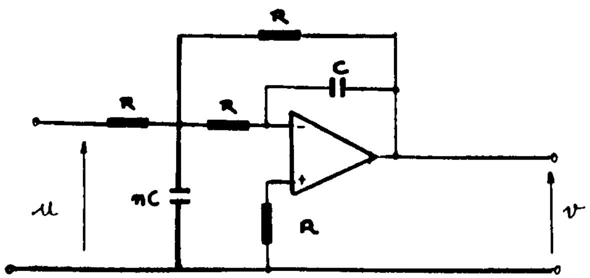


figure 2



III - RECONSTITUTION DE LA PORTEUSE :

Le signal reçu à l'entrée du récepteur est modulé en amplitude. Il ne peut donc pas constituer le signal $e_0(t)$ à l'entrée du multiplieur de la figure 1. Pour reconstituer la porteuse à partir du signal $e(t)$, on utilise une boucle à verrouillage de phase (figure 3) comprenant :

- un multiplieur X2, identique à celui de la figure 1,
- un filtre passe-bas F2 dont la transmittance est égale à 1 pour tous les signaux de fréquence très inférieure à f_0,
- un oscillateur contrôlé en tension, OCT, délivrant un signal sinusoïdal d'amplitude constante E_s et de pulsation ω_s proportionnelle à la tension de sortie du filtre F2 :

$$\omega_s = \omega_0 + K_0 v_c$$

d'où $v_s(t) = E_s \cos(\omega_0 t + \varphi_s)$, E_s étant une constante

avec $\dfrac{d\varphi_s}{dt} = K_0 v_c$ K_0 étant positif.

La boucle est dite « verrouillée » quand la fréquence du signal incident est égale à celle du signal de sortie de l'oscillateur contrôlé.

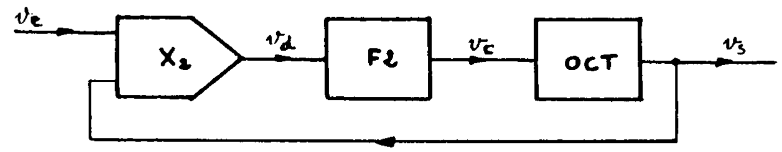


figure 3

3.1 - Pour des tensions $v_e(t) = E \sin(\omega_0 t + \varphi_e)$ et $v_s(t) = E_s \cos(\omega_0 t + \varphi_s)$ et si $\left|\dfrac{d\varphi_e}{dt}\right|$ et $\left|\dfrac{d\varphi_s}{dt}\right|$ restent très inférieurs à ω_0, montrer que la valeur de la tension de sortie du filtre F2 est :

$$v_c = K_d \sin(\varphi_e - \varphi_s)$$

Donner la valeur de K_d.

Quand la boucle est verrouillée qu'en déduisez-vous quant à la différence de phase des signaux d'entrée et de sortie ?

Montrer que, pour un régime proche du verrouillage, on peut admettre que : $v_c \simeq K_d(\varphi_e - \varphi_s)$.

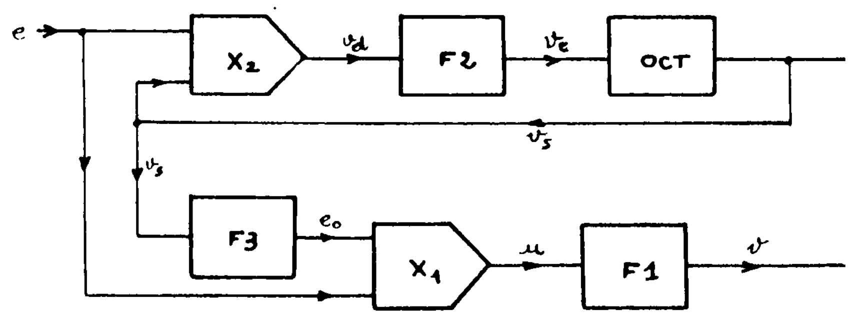


Schéma d'ensemble du détecteur synchrone

3.2 - Le signal $v_e(t)$ est maintenant un signal modulé en amplitude du type :

$$v_e(t) = e(t) = E(1 + m \cos \Omega t) \sin \omega_0 t$$

Exprimer la tension de commande de l'oscillateur contrôlé en tension en admettant l'approximation du paragraphe précédent (régime proche du verrouillage) et en déduire l'équation différentielle donnant $\varphi_s(t)$.

Résoudre cette équation différentielle et en déduire que φ_s tend vers 0 rapidement.

En déduire que le signal de sortie de l'oscillateur contrôlé se fixe rapidement à la valeur $v_s(t) \approx E_s \cos \omega_0 t$, qu'il y ait ou non une modulation d'amplitude sur la porteuse.

3.3 - On fait suivre l'oscillateur contrôlé d'un quadripôle introduisant un déphasage φ et une atténuation A à la fréquence f_0 (F3).

Quelle doit être la valeur de φ pour obtenir le signal $e_0(t)$ de la première partie ?

L'atténuation introduite par le quadripôle a-t-elle une importance ?

Quelle serait la valeur du signal de sortie $v(t)$ si φ avait une valeur quelconque ?

FORMULAIRE

$2 \cos a \cos b = \cos(a + b) + \cos(a - b)$

$2 \sin a \cos b = \sin(a + b) + \sin(a - b)$

$2 \sin^2 a = 1 - \cos 2a$

I) Principe de la démodulation cohérente :

1.1 $\quad u(t) = K_1\, e(t)\, e_0(t) = \frac{K_1 E_0 E}{2} \sin\omega_0 t\, (1 + m\cos\Omega t) \sin\omega_0 t$

$$= \frac{K_1 E_0 E}{2} \left(1 + m\cos\Omega t - \cos 2\omega_0 t - \frac{m}{2}\cos(2\omega_0+\Omega)t - \frac{m}{2}\cos(2\omega_0-\Omega)t\right)$$

1.2 $\quad$ à l'aide d'un passe-bas coupant au delà de Ω, on ne garde que 2 termes :

* la BF $\frac{K_1 E_0 E}{2} m\cos\Omega t$
* une composante continue $\frac{K_1 E_0 E}{2}$ proportionnelle à l'amplitude du signal reçu

1.3. $\quad$ Cette composante continue pourra servir pour un contrôle automatique de gain ds la chaine de réception

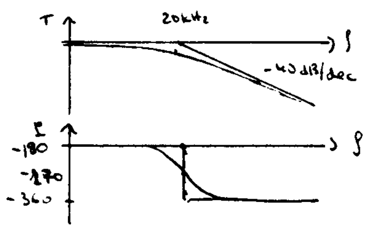
II) Filtre passe-bas :

2.1 $\quad$ Les 3 raies à éliminer se trouvent au voisinage de 2 MHz → choix de 80 dB d'atténuation à cette fréquence

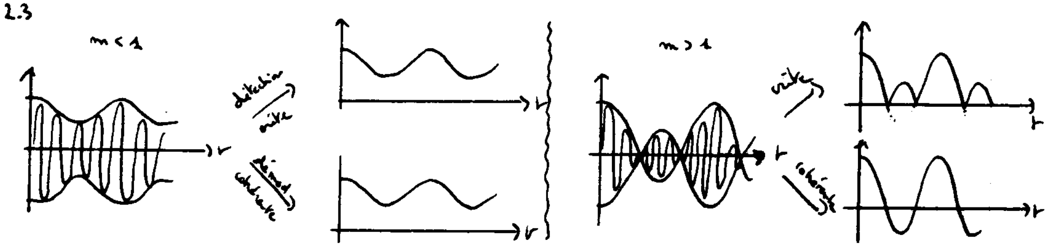
On aura alors $\quad k = \frac{1}{\sqrt 2} \Rightarrow m = 4{,}5$

$f_0 = 20\,kHz$ et $R = 3{,}8\,k\Omega$

2.2



2.3



III) 3.1.

A la sortie du multiplieur, on a un signal $v_3(t)$:

$$v_d(t) = K_1\, v_c(t)\, v_0(t) = \frac{K_1 E E_0}{2}\left[\sin(\varphi_e - \varphi_0) + \sin(\underbrace{2\omega_0 t + \varphi_e + \varphi_0}_{\varphi(t)})\right]$$

le 2ème terme a une pulsation instantanée $\omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} = 2\omega_0 + \frac{d\varphi_e}{dt} + \frac{d\varphi_0}{dt}$

or $\left|\frac{d\varphi_e}{dt}\right| \ll \omega_0$ et $\left|\frac{d\varphi_0}{dt}\right| \ll \omega_0 \Rightarrow \omega(t) \ll \omega_0 \Rightarrow$ ce terme est filtré

Il reste donc $\quad v_d(t) = \frac{K_1 E E_0}{2}\sin(\varphi_e - \varphi_0) = K_d \sin(\varphi_e - \varphi_0)$ avec $K_d = \frac{K_1 E E_0}{2}$

Lorsque la boucle est verrouillée, on a $\omega_0 = \omega_0$. Puisque $\omega_0 = \omega_0 + K_0 v_c$, cela implique $v_c = 0$, donc $\varphi_e - \varphi_0 = 0 \Rightarrow \varphi_e = \varphi_0$

Lorsqu'on est proche du verrouillage $\varphi_e \approx \varphi_0 \Rightarrow \boxed{v_c(t) \approx K_d(\varphi_e - \varphi_0)}$

3.2. Montrons que la boucle n'accroche sur un signal dont l'amplitude varie

le calcul précédent reste valable, sauf que E est maintenant remplacé par l'amplitude variable $E(1 + m\cos\Omega t)$, d'où :

$$v_c(t) = \frac{K_1 E E_0}{2}(1 + m\cos\Omega t)(\varphi_e - \varphi_0) \quad \text{et, puisque } \varphi_e = 0$$

$$v_c(t) = -K_d(1 + m\cos\Omega t)\,\varphi_0$$

On, on a aussi $\quad v_c(t) = \frac{1}{K_0}\frac{d\varphi_0}{dt}$, d'où $\boxed{\frac{d\varphi_0}{dt} + K_0 K_d (1 + m\cos\Omega t)\varphi_0 = 0}$

Cette équation diff. se résout :

$$\frac{d\varphi_0}{\varphi_0} = -K_0 K_d(1 + m\cos\Omega t) \Rightarrow \ln\frac{\varphi_0}{\varphi_0} = -K_0 K_d\left(t + m\frac{\sin\Omega t}{\Omega}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\varphi_0 = \varphi_0\, e^{-K_0 K_d\left(t + m\frac{\sin\Omega t}{\Omega}\right)}} \qquad \text{si } t \to \infty \quad \varphi_0 \to 0 \Rightarrow v_c \to 0$$

⇒ la boucle se verrouille et $\omega_0 \to \omega_0 \quad (\omega_0 = \omega_0 + K_0 v_c)$

Conclusion : on peut accrocher une PLL sur un signal AM pour récupérer la porteuse

3.3. On a $v_0(t) = E_0 \cos\omega_0 t$ et il faut $E \sin\omega_0 t$, il faudra donc introduire un déphasage de $\pi/2$. L'atténuation n'a pas d'importance si elle n'est pas excessive.

Si $\varphi \neq \pi/2$, le signal est multiplié par $\sin\Psi \Rightarrow$ perte de signal