

Durée : 4 h

1 - PRINCIPE D'UN AMPLIFICATEUR DE TRANSDUCTANCE COMMANDEE PAR COURANT

Dans le schéma de la figure 1, le courant collecteur de chaque transistor est donné par la relation :

$$i = I_S \exp \lambda u \quad (\text{voir conventions sur la figure 2})$$

dans laquelle I_S est le courant de saturation de la jonction émetteur base et $\lambda = \frac{e}{kT}$ avec

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \quad k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad (\text{constante de Boltzmann}) \quad \text{et} \quad T \text{ température absolue.}$$

On considère comme négligeable le courant de base de chaque transistor.

1.1 - Exprimer i_1 et i_2 en fonction de $v = v_1 - v_2$ et i_4 .

1.2 - En déduire que $i_1 - i_2 = i_4 \operatorname{th} \frac{\lambda v}{2}$ (on rappelle que $\operatorname{th} x = \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$)

1.3 - Soit i_c l'intensité du courant de commande de l'amplificateur (voir figure 1)

$$\text{Montrer que } i_4 = i_c, \quad i_{10} = i_1 \quad \text{et} \quad i_{13} = i_2.$$

1.4 - Déduire de ce qui précède l'expression de i_s en fonction de i_c et v .

1.5 - On rappelle le développement limité : $\operatorname{th} x = x - \frac{x^3}{3} + \dots$

Pour les petites valeurs de v on admet que $i_s = g v$.

Calculer g à 20°C pour $i_c = 1 \text{ mA}$.

Déterminer le coefficient de température de la transconductance g à 20°C (quotient d'une petite variation dg de g sur la petite variation dT de T qui lui a donné naissance).

1.6 - Si l'on ne dépasse pas $|v| = 10 \text{ mV}$, quelle erreur relative maximale commet-on en assimilant

$$i_s \text{ à } \frac{\lambda}{2} i_c v ?$$

2 - APPLICATIONS DE L'AMPLIFICATEUR DE TRANSDUCTANCE COMMANDEE PAR COURANT

On donne figure 3 la représentation symbolique d'un amplificateur de transconductance commandée par le courant i_c , qui délivre $i_s = g(v_1 - v_2) = g v$ avec $g = \frac{\lambda}{2} i_c$. Pour les applications numériques, on prendra $\lambda = 40 \text{ V}^{-1}$.

Les courants d'entrée par les bornes + et - sont négligeables.

Les amplificateurs opérationnels rencontrés dans les schémas qui suivent sont parfaits. Sauf indication contraire, ils fonctionnent dans leur domaine de linéarité.

2.1 - On considère le montage de la figure 4.

2.1.1 - Montrer que la transmittance complexe $\underline{T} = \frac{V_s}{V_e}$ peut se mettre sous la forme :

$$\underline{T} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \quad \text{avec} \quad \omega_c = \frac{R_2 g}{(R_1 + R_2) C}$$

Quel est le rôle de l'étage à amplificateur opérationnel ?

2.1.2 - On donne $R_1 = 200 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$. Calculer la valeur à donner à C pour obtenir

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = 16 \text{ kHz} \quad \text{lorsque} \quad i_c = 1 \text{ mA}. \quad (\text{C conserve cette valeur pour la question 2.1.4}).$$

2.1.3 - Donner la représentation de Bode de \underline{T} (gain et argument).

2.1.4 - La différence de potentiel v_e est de la forme :

$$v_e(t) = V_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + V_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3)$$

$$\text{avec} \quad f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 160 \text{ Hz}, \quad f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi} = 1,6 \text{ kHz}, \quad f_3 = \frac{\omega_3}{2\pi} = 16 \text{ kHz}.$$

Déterminer le régime permanent $v_s(t)$ pour $i_c = 1 \text{ mA}$ puis pour $i_c = 0,1 \text{ mA}$.

2.2 - Dans le montage de la figure 5, $R_1 \gg R_2$.

2.2.1 - Montrer que les transmittances $T_1 = \frac{V_{s1}}{V_e}$ et $T_2 = \frac{V_{s2}}{V_e}$ peuvent se mettre sous les formes respectives :

$$T_1 = \frac{2 j m \frac{\omega}{\omega_0}}{1 + 2 j m \frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

$$\text{et } T_2 = \frac{1}{1 + 2 j m \frac{\omega}{\omega_0} + \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2}$$

Expliciter ω_0 et m .

2.2.2 - Donner la représentation de Bode de T_1 et T_2 (gain et argument).

(On s'attachera à définir les asymptotes et l'on ébauchera les courbes réelles en précisant les maxima éventuels des diagrammes de gain).

2.2.3 Sachant que $f_0 = 16 \text{ kHz}$ pour $i_c = 1 \text{ mA}$ et

$$v_e(t) = V_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) + V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) + V_3 \sin(\omega_3 t + \varphi_3) \text{ avec}$$

$$f_1 = 160 \text{ Hz}, f_2 = 1,6 \text{ kHz}, f_3 = 16 \text{ kHz}, \text{ déterminer les régimes permanents } v_{s1}(t)$$

$$\text{et } v_{s2}(t) \text{ pour } i_c = 1 \text{ mA puis pour } i_c = 0,1 \text{ mA.}$$

(On considérera que pour des fréquences distantes de f_0 d'une décade les diagrammes réels de Bode sont pratiquement confondus avec leurs asymptotes).

2.3 - On examine maintenant le montage de la figure 6.

Montrer qu'il se comporte, vu des points A et B, comme une résistance R commandée par le courant i_c .

Dans le cas où $R_1 = 200 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, calculer R pour $i_c = 1 \text{ mA}$ puis pour $i_c = 0,1 \text{ mA}$.

2.4 - Dans le schéma de la figure 7, l'amplificateur opérationnel fonctionne en commutation :

$$v_{s2} = +V_0 \text{ si } e_d > 0 \text{ et } v_{s2} = -V_0 \text{ si } e_d < 0.$$

La tension v appliquée à l'amplificateur de transconductance est suffisamment grande pour le saturer : $i_s = +i_c$ si $v_{s2} = +V_0$ et $i_s = -i_c$ si $v_{s2} = -V_0$.

Analyser le fonctionnement du système.

Tracer les courbes représentatives de $v_{s1}(t)$ et $v_{s2}(t)$ en donnant toutes les précisions utiles.

Montrer que le système constitue une bascule astable dont la fréquence f , que l'on précisera, est commandée par le courant i_c .

Application numérique : sachant que $R_2 = 100 \text{ k}\Omega$ et $R_1 = 200 \text{ k}\Omega$, $V_0 = 12 \text{ V}$, $C = 10 \text{ nF}$, calculer f pour $i_c = 1 \text{ mA}$ puis pour $i_c = 0,1 \text{ mA}$.

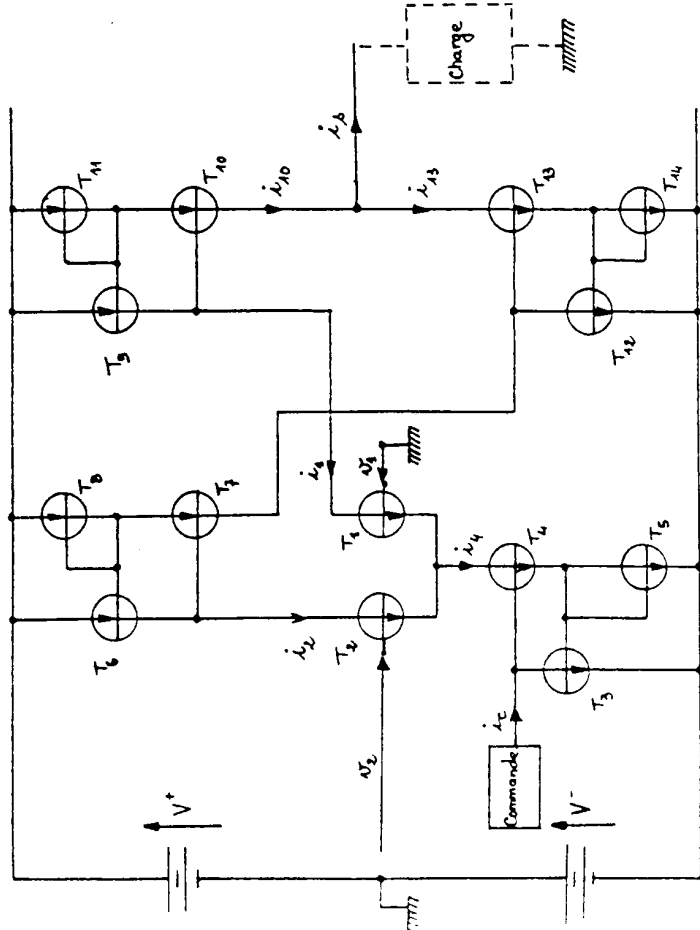


Figure 1

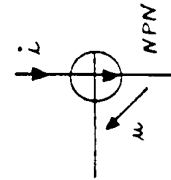


Figure 2

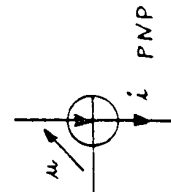


Figure 3

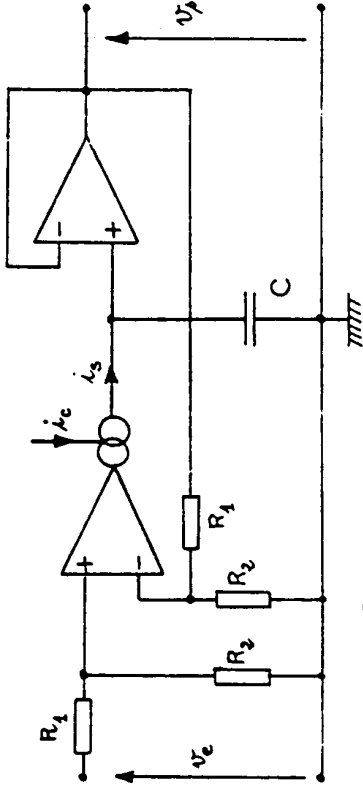


Figure 4

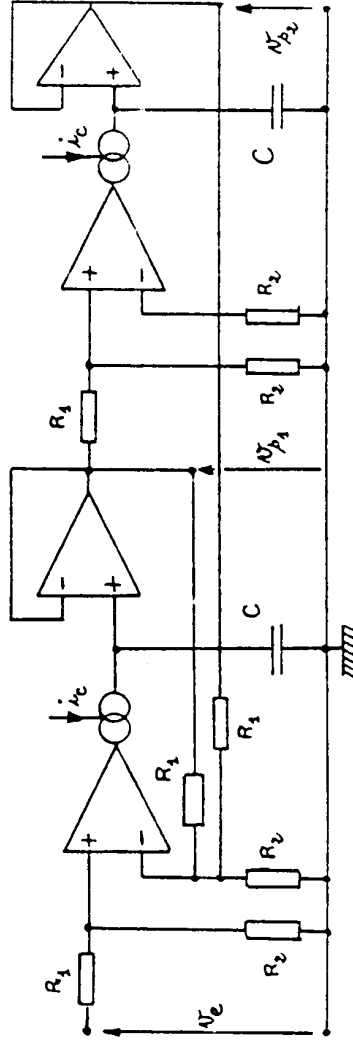


Figure 5

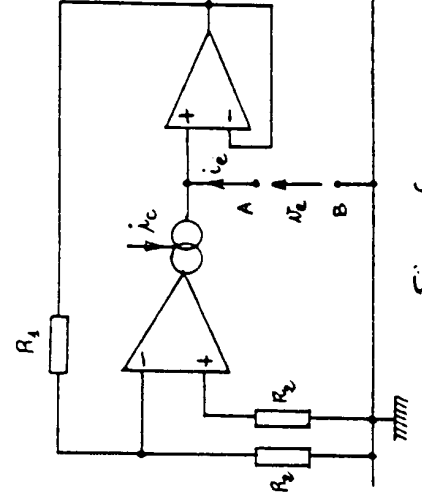


Figure 6

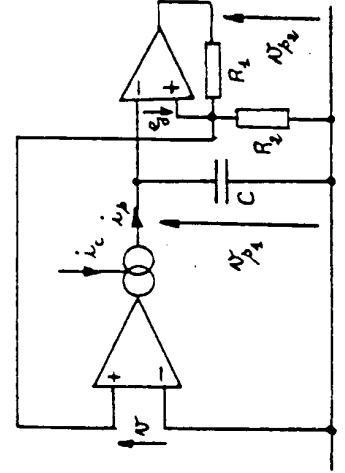


Figure 7

2) Principe de l'amplificateur de transconductance:

1.1. Soient un émetteur base-commuté de T_1 et v_2 celle de T_2 . On peut écrire

$$i_1 = I_0 e^{a v_1} \quad \text{et} \quad i_2 = I_0 e^{a v_2} \quad \text{d'où} \quad \frac{i_2}{i_1} = e^{a(v_2 - v_1)}$$

Puisque les émetteurs de T_1 et T_2 sont au même potentiel, on a: $v_1 = v_2 = v_1 - v_2$

$$\text{d'où:} \quad \frac{i_2}{i_1} = e^{a(v_1 - v_2)}$$

D'autre part: $i_1 + i_2 = i_4$ d'où, puisque $i_1 = i_2 = i_3 = i_4$

$$i_2 (e^{a v} + 1) = i_4 \Rightarrow i_2 = \frac{i_4}{1 + e^{a v}}$$

$$\text{et enfin:} \quad i_1 = i_2 e^{a v} = \frac{i_4 e^{a v}}{1 + e^{a v}}$$

$$1.2. \quad i_1 - i_2 = i_4 \left(\frac{e^{a v}}{1 + e^{a v}} - \frac{1}{1 + e^{a v}} \right) = i_4 \frac{e^{a v} - 1}{e^{a v} + 1} = i_4 \operatorname{th} \frac{a v}{2}$$

1.3. On néglige, comme d'habitude la rugosité, tous les courants base et on appelle i_1 l'émission B-E de l'émission T_1 . On a alors:

$$i_3 = i_5 \Rightarrow i_5 = i_5$$

d'autre part: $i_4 = i_5$ mais en déduction $i_4 = i_4$
 Le montage est un miroir de courant. (idem pour les 2 autres circuits)

$$1.4. \quad \text{Donc:} \quad i_3 = i_5 = i_5 - i_5 = i_4 = i_2 = i_4 \operatorname{th} \frac{a v}{2} \quad \text{or} \quad i_4 = i_4 \Rightarrow i_3 = i_4 \operatorname{th} \frac{a v}{2}$$

1.5. Si on limite le développement de $\operatorname{th} \frac{a v}{2}$ on peut écrire (valable si $\frac{a v}{2} \ll 1$) alors:
 $i_3 \approx i_4 \frac{a v}{2} = g v$ avec $g = \frac{a i_4}{2}$ FIN: $g = 20 \cdot 10^{-3} \text{ S/V}$

Le coef. de température est donné par la dérivée de g/T :

$$\frac{dg}{dT} = -\frac{i_4 a}{2 k T^2} = -\frac{g}{T} = -6,8 \cdot 10^{-3} \text{ A/VK}$$

1.6. L'erreur est pratiquement nulle car la pente négative du développement de $\operatorname{th} \frac{a v}{2}$:

$$\Delta i_3 = i_4 \left(\frac{a v}{2} \right)^3 \Rightarrow \frac{\Delta i_3}{i_3} = i_4 \frac{\left(\frac{a v}{2} \right)^3}{3 i_4 \frac{a v}{2}} = \frac{1}{12} \left(\frac{a v}{2} \right)^2 = 1,3\%$$

$$2.1.1. \quad \frac{V_2}{V_1} = \frac{g V_1}{I_0} = \frac{g V_1}{I_0} \quad \frac{I_0}{g} = 5(V_1 - V_2) \quad V_1 = \frac{g V_2}{g - 5 I_0}$$

$\frac{V_2}{V_1} = \frac{g V_1}{I_0} = \frac{g V_1}{g - 5 I_0}$ de ces 4 équations, on déduit que:

$$\frac{V_2}{V_1} (j \omega + \frac{g R_2}{R_1 + R_2}) = g \frac{V_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j \left(\frac{R_2 R_1}{g R_2} \right) \omega}$$

c'est une pure -tre de coupure $\omega_c = \frac{g R_2}{(R_1 + R_2) C}$ commandée par le courant i_4 .

2.1A. Op. est mise en miroir et émette des pulsations de charge de C

$$2.1.2. \quad R_1 = 200 \Omega, R_2 = 1 \text{ k}\Omega, f_c = 16 \text{ kHz} \Rightarrow C = 21 \text{ nF}$$

2.1.3. voir cours

$$2.1.4. \quad i_c = I_0 \Rightarrow f_c = 16 \text{ kHz} \Rightarrow v_0 = V_1 \sin(\omega t + \pi) + V_2 \sin(\omega t + \pi) + \frac{V_2}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \pi) + \frac{V_2}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \pi)$$

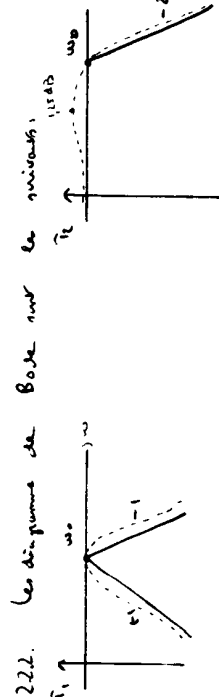
$$i_c = 91 \mu\text{A} \Rightarrow f_c = 16 \text{ kHz} \Rightarrow v_0 = V_1 \sin(\omega t + \pi) + \frac{V_2}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \pi) + \frac{V_2}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \pi) + \frac{V_2}{\sqrt{2}} \sin(\omega t + \pi)$$

$$2.2.1. \quad \text{On a:} \quad I_2 = 5(V_1 - V_2) = \frac{V_2}{R_1} \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{R_1}{R_1 - 5 R_2} \approx \frac{R_1}{R_1} \approx \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_1}{R_1 + 5 R_2} \approx \frac{R_1}{R_1} = 5 \quad \frac{V_1 - V_2}{V_1} = 5 \cdot \frac{R_2}{R_1} \approx \frac{V_2}{V_1}$$

$$\text{On a déduit:} \quad I_1 = \frac{V_1}{V_2} = \frac{1}{1 + j \frac{R_1 C \omega}{g R_2} + \left(\frac{j R_1 C \omega}{g R_2} \right)^2} \quad \delta' \omega \quad \left. \begin{array}{l} m = 0,5 \\ \omega_0 = \frac{g R_2}{C R_1} \end{array} \right\}$$

$$\text{or} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{1 + j \frac{R_1 C \omega}{g R_2} + \left(\frac{j R_1 C \omega}{g R_2} \right)^2}$$



$$2.2.3 \quad i_C = 1 \text{ mA} \quad f_0 = 16 \text{ kHz}$$

$$\begin{cases} v_{01} = \frac{V_1}{100} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow \frac{V_1}{10} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow \frac{V_1}{10} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ v_{02} = V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \rightarrow V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \rightarrow \frac{V_2}{10} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$

$$i_C = 0.4 \text{ mA} \quad \beta = 16 \text{ kHz}$$

$$\begin{cases} v_{01} = \frac{V_1}{10} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow V_1 \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \rightarrow \frac{V_1}{10} \sin(\omega_1 t + \varphi_1) \\ v_{02} = V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \rightarrow V_2 \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \rightarrow \frac{V_2}{10} \sin(\omega_2 t + \varphi_2) \end{cases}$$