BTS Electronique : 1981	Sujet	Asservissement de vitesse	pages 1 et 2

Durée : 2 h 30 + 30 min pour la lecture du sujet

Aucun document n'est autorisé

Les différentes parties de ce problème peuvent être traitées séparément.

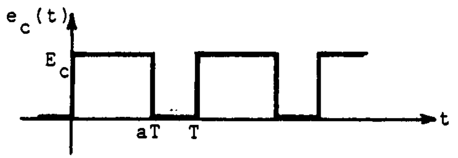
L'objet du problème est d'étudier le fonctionnement de certains sous-ensembles de l'asservissement de vitesse décrit par le schéma d'ensemble.

PREMIERE PARTIE : ETUDE DU BLOC D'ALIMENTATION (figure 1-a)

On désire connaître le fonctionnement du bloc d'alimentation du moteur à courant continu qui, en rotation, peut être simulé par le dipôle r, ℓ, E (figure 1-b).

Dans le montage de la figure 1, la tension $e_c(t)$ est un signal carré périodique de rapport cyclique a variable tel que :

- pour $e_c = 0$ le transistor T est bloqué,
- pour $e_c = E_c$ le transistor est saturé et la tension collecteur-émetteur de saturation est nulle.



Les conditions de fonctionnement du montage imposent un courant $i(t)$ ininterrompu et positif.

1 - Montrer que lorsque le transistor T est saturé, la diode D est bloquée.

2 - Justifier physiquement l'affirmation suivante : lorsque le transistor est bloqué, la diode est passante.

3 - Trouver deux schémas simples symbolisant les deux modes de fonctionnement du montage suivant l'instant considéré ($0 < t < aT$ ou $aT < t < T$) : on remplacera le transistor T et la diode D par un circuit ouvert ou un court-circuit suivant leurs états.

4 - Faire la synthèse des deux schémas en remplaçant la partie de schéma **située en amont des points A et B par un générateur de tension délivrant un signal dont on donnera la représentation graphique dans le** cas suivant : $U_0 = 150$ V , $f = 10$ kHz , $a = \frac{2}{3}$.

5 - Calculer la valeur moyenne U_{moy} de $u(t)$ en fonction de a et U_0. Montrer que, si l'on ne s'intéresse qu'aux valeurs moyennes des différentes grandeurs, le schéma du montage est équivalent à une maille ne comprenant que trois éléments. Calculer littéralement et numériquement la valeur de E sachant que la valeur moyenne de $i(t)$ est $I_{moy} = 0,2$ A, $r = 50\ \Omega$ et le rapport cyclique $a = \frac{2}{3}$

6 - 6-1 - Ecrire l'équation différentielle de $i(t)$ lorsque le transistor T est saturé.

6-2 - Ecrire l'équation différentielle de $i(t)$ lorsque le transistor T est bloqué.

6-3 - Déterminer l'expression de $i(t)$:

pour $0 < t < aT$ en posant $i(t = 0) = I_1$

pour $aT < t < T$ en posant $i(t = aT) = I_2$

7 - La fréquence f de découpage étant égale à 10 kHz, établir, en justifiant les approximations, les expressions suivantes :

pour $0 < t < aT$: $i(t) \approx I_1 + \dfrac{U_0 - E}{\ell}\, t$

pour $aT < t < T$: $i(t) \approx I_2 - \dfrac{E}{\ell}\,(t - aT)$

(on rappelle que $r = 50\ \Omega$ et $\ell = 0,1$ H)

Indiquer l'allure de la représentation graphique de $i(t)$ pour $a = \frac{2}{3}$.

DEUXIEME PARTIE : ETUDE DU MOTEUR (figure 2)

On s'intéresse maintenant à la vitesse du moteur dont l'induit est assimilé au modèle r, ℓ, E (de la figure 1-b) ; E est la force électromotrice du moteur qui est liée à la vitesse de rotation Ω (exprimée en radians par seconde) par la relation :

$E = k\Omega$; $k = 0,5$ V.s/rad $= 0,5$ Nm/A.

Tous les frottements sont négligés.

Le couple moteur disponible sur l'arbre est donné par la relation : $C_m = ki$.

Le couple résistant est négligeable.

Le moment d'inertie de la partie tournante ramené à l'arbre moteur est $J = 4.10^{-3}$ kg.m^2.

1 - Etablir l'équation différentielle liant $\Omega(t)$ à $u(t)$.

2 - Montrer que la fonction de transfert $T_M(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ est :

$$T_M(p) = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{1 + \frac{Jr}{k^2} p + \frac{J\ell}{k^2} p^2}$$

Cette fonction peut aussi s'écrire $T_M(p) = \dfrac{T_0}{1 + 2m \frac{p}{\omega_0} + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$

Calculer littéralement ω_0 et m. Calculer la valeur numérique de m.

3 - Lorsque u(t) est un échelon de tension, rappeler la forme de l'expression de la solution $\Omega(t)$ dans le cas où $m > 1$. Déterminer les racines de l'équation caractéristique (que l'on prendra sous la forme $\omega_0^2 + 2m\omega_0 x + x^2 = 0$), en fonction de ω_0 et m. Montrer que, si l'on suppose $m \gg 1$, les expressions de ces racines se réduisent respectivement à $-\frac{\omega_0}{2m}$ et $-2m\omega_0$ auxquelles correspondent deux constantes de temps que l'on calculera numériquement.

4 - En fait u(t) est produit par le bloc d'alimentation du moteur (figure 1). Justifier que l'on puisse considérer la vitesse, et donc la force électromotrice du moteur, comme constantes sur une période lorsque la fréquence de découpage est de 10 kHz.

TROISIEME PARTIE : ETUDE DU FILTRE (figure 3)

La différence de potentiel délivrée par la génératrice tachymétrique présente une ondulation gênante. Il est nécessaire d'intercaler entre cette génératrice et le bloc de commande le filtre équipé d'un amplificateur opérationnel supposé idéal.

1 - Etablir l'expression de la transmittance $\underline{T}_F(j\omega) = \frac{\underline{U}_F}{\underline{U}_G}$ de ce filtre.

2 - Tracer le diagramme asymptotique de Bode (gain et argument) de $\underline{T}_F$. Afin d'esquisser l'allure de la courbe réelle du gain, calculer la valeur de cette grandeur pour la pulsation ω_c correspondant à un argument égal à $-\frac{\pi}{2}$ et préciser si cette courbe présente ou non un maximum.

3 - Le moteur tournant à une vitesse constante, l'expression de la différence de potentiel délivrée par la génératrice peut s'écrire, en première approximation, sous la forme : $u_G(t) = U_{G0} + U_{gM} \sin \omega_G t$

Quelle est l'expression de la tension de sortie du filtre $U_F(t)$ dans le cas particulier où $\omega_G = 10\ \omega_c$.

ⓐ

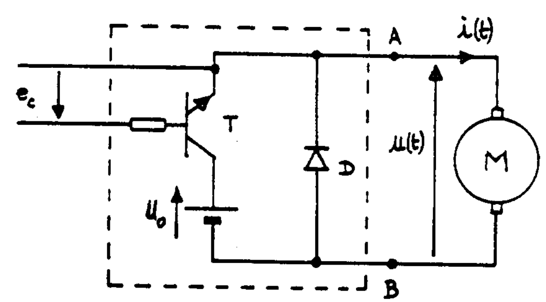
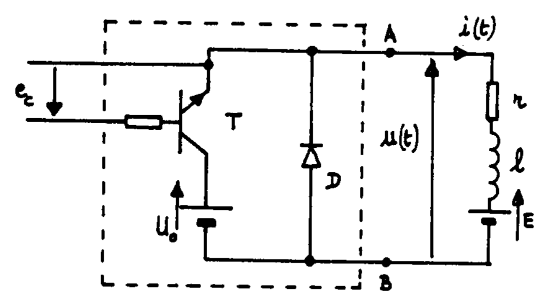


fig 1

ⓑ



$r = 50\,\Omega$

$l = 0,1\,H$

fig 2

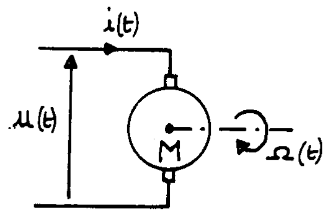
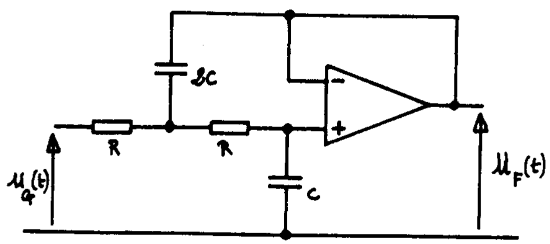


fig 3



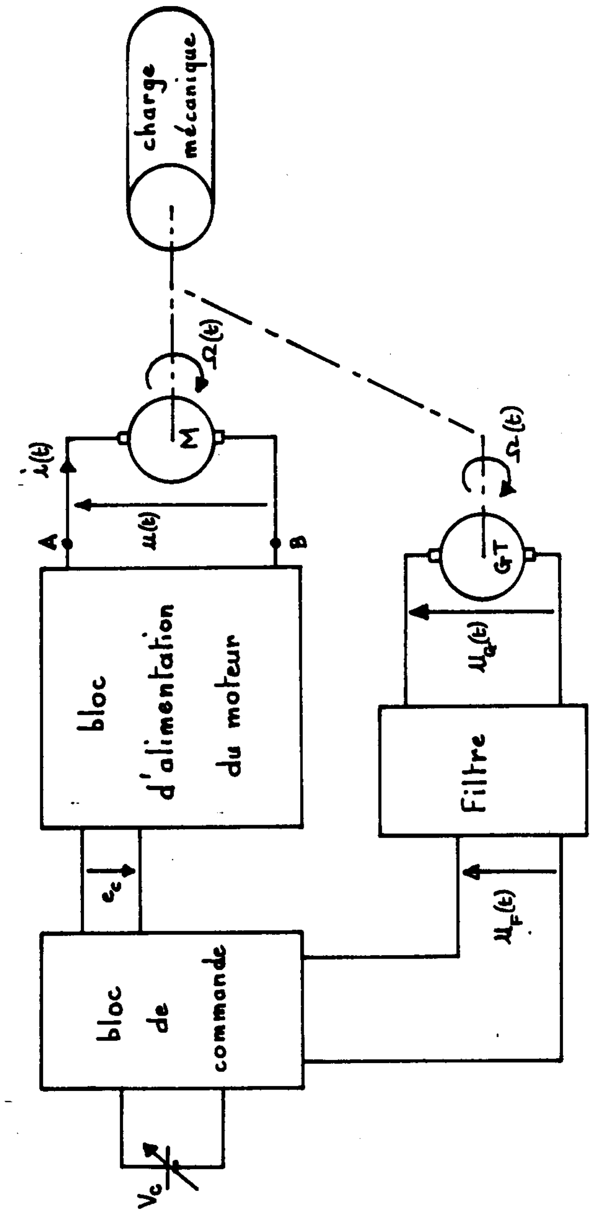
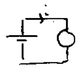


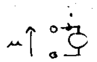
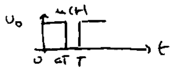
schéma d'ensemble

BTS Electronique : 1981	Corrigé	Asservissement de vitesse	pages 1 et 2

Première partie : Bloc d'alimentation

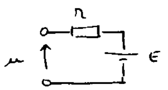
1) T saturé ⇒ $U_{AB} = U_0$ ⇒ D bloquée
2) T bloqué ⇒ le courant i du moteur se referme par D

3) $0 < t < aT$  $aT < t < T$ 

4)  

5) $\bar{u}(t) = a U_0$ $\qquad u_L = L\frac{di}{dt} \Rightarrow \bar{u}_L = \frac{L}{T}\int_0^T \frac{di}{dt}\,dt = \frac{L}{T}\left[i(t)\right]_0^T = \frac{L}{T}\left(i(T) - i(0)\right)$

$\Rightarrow \bar{u}_L = 0$ puisque i périodique $(i(T) = i(0))$



$\bar{u}(t) = E + r\,I_{moyen} = aU_0 \Rightarrow \boxed{E = 90V}$

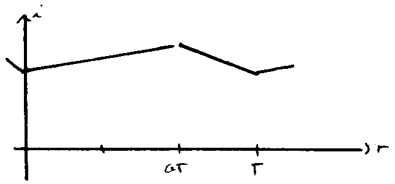
6) T saturé $\qquad U_0 = Ri + L\frac{di}{dt} + E \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = \frac{U_0 - E}{L}$

T bloqué $\qquad 0 = Ri + L\frac{di}{dt} + E \Rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = -\frac{E}{L}$

$$\begin{cases} 0 < t < aT & i = \frac{U_0 - E}{R} + \left(I_0 - \frac{U_0 - E}{R}\right)e^{-t/\tau} \qquad \text{avec } \tau = \frac{L}{R} \\ aT < t < T & i = -\frac{E}{R} + \left(I_2 + \frac{E}{R}\right)e^{-\frac{t - aT}{\tau}} \end{cases}$$

7) $\tau = \frac{L}{R} = 2ms \qquad T = 0{,}1ms \ll 1 \Rightarrow \frac{t}{\tau} \ll 1 \Rightarrow e^{-t/\tau} \approx 1 - t/\tau$ d'où :

$$\begin{cases} 0 < t < aT & i(t) \approx I_1 + \frac{U_0 - E}{L}\,t \\ aT < t < T & i(t) \approx I_2 - \frac{E}{L}(t - aT) \end{cases}$$



Deuxième partie : Etude du moteur :

1)
2) $J\frac{d\Omega}{dt} = C_m = ki \Rightarrow Jp\,\Omega(p) = k\,I(p)$

or $U(p) = E(p) + r\,I(p) + Lp\,I(p)$ avec $E(p) = k\,\Omega(p)$ d'où

$Jp\,\Omega(p) = k\frac{(U - E)}{r + Lp} = k\frac{(U - k\Omega)}{r + Lp}$ d'où :

$T_\Omega(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{k}\,\frac{1}{1 + \frac{Jr}{k^2}p + \frac{JL}{k^2}p^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{k}{\sqrt{JL}} = 25 \text{ rd/sec} \\ m = \frac{r}{2k}\sqrt{\frac{J}{L}} = 10 \end{cases}$

3) Si $m > 1$ l'équation caractéristique a 2 racines réelles a et b et la solution est de la forme $\Omega(t) = Ae^{at} + Be^{bt}$

ici $a = \frac{-\omega_0}{2m} = -1{,}25 \Rightarrow \tau_1 = \frac{1}{|a|} = 0{,}8s$ constante de temps mécanique

$b = -2m\omega_0 = -500 \Rightarrow \tau_2 = \frac{1}{|b|} = 2ms$ " " " électrique

on a τ_1 et $\tau_2 \gg T \Rightarrow$ la vitesse est pratiquement constante.

Troisième partie : Etude du filtre.

1) $\underline{T}_F(j\omega) = \frac{1}{1 + 2jRC\omega - 2R^2C^2\omega^2} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}RC} \\ m = RC\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$

2) Si $\omega = \omega_0 = \omega_c$ $\quad |\underline{T}_F| = \frac{1}{\sqrt{2}} \qquad \arg \underline{T}_F = -\pi/2$

3) Si $u_g = U_{G0} + U_{gm}\sin\omega t$ alors $u_F = U_{G0} + \frac{U_{gm}}{10}\sin(\omega t + \pi)$

- la composante continue U_{g0} est transmise avec $|T_F| = 1$
- la composante à $10\,\omega_0$ est atténuée de 10 ($-20dB$/décade) et déphasée de π